PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 17. 1. September 1919. Redaktionsschluß für No. 19 am 7. September 1919. 20. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Lichte, Über den Einfluß horizontaler Temperaturschichtung des Seewassers auf die Reichweite von Unterwasserschallsignalen. S. 385.

H. Witte, Über den Schraum. Sechste Mitteilung: Der Laqueursche Schraum. S. 389.

E. Bräuer, Über Bogenstromcharakteristiken. S. 393.

A. Timpe, Kopfwelle und Knallabstandslinien. S. 396.

R. Grammel, Die Nutationen des unsymmetrischen Kreisels. S. 398.

H. Barkhausen, Zwei mit Hilfe der neuen Verstärker entdeckte Erscheinungen. S. 401.

R. Seeliger, Der Böenmesser, ein neues Instrument zur hydrodynamischen Untersuchung des Windes. S. 403.

Besprechungen:

E. Lasker, Die Philosophie des Unvollendbar. S. 407.

Tagesereignisse. S. 407.

Personalien. S. 407.

Angebote. S. 408.

Gesuche. S. 408.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Einfluß horizontaler Temperaturschichtung des Seewassers auf die Reichweite von Unterwasserschallsignalen.

Von H. Lichte.

Bei der Wiederaufnahme der Schiffahrt von und nach deutschen Häfen ist die Kennzeichnung von minenfreien Fahrstraßen von erhöhter Wichtigkeit geworden. Eines der wichtigsten Hilfsmittel hierzu ist das der Unterwasserschallsignale. Daher dürfte es interessieren, über die Schallausbreitung im Wasser etwas Näheres zu erfahren.

Man ist im allgemeinen der Ansicht, das Wasser sei zur Übermittlung von Schallsignalen bedeutend besser geeignet als Luft, da es viel homogener sei. Das ist aber nicht der Fall. Vielmehr ist aus mannigfachen Gründen das Wasser in den verschiedenen Horizontalschichten akustisch inhomogen. Infolgedessen findet eine Abweichung der Schallstrahlen von der geradlinigen Bahn, eine Brechung der Schallstrahlen, statt. Die verschiedenen Ursachen für diese Brechung sollen im folgenden untersucht werden. Der Anschaulichkeit wegen werden in den einzelnen Fällen numerische Beispiele gegeben.

Die Schallgeschwindigkeit (v) in einem Medium ist abhängig von Dichte (ϱ) und Kompressibilität ($\varkappa$) des betreffenden Mediums gemäß der Beziehung

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\varkappa_0 \varrho_0}}. \qquad (1)$$

Für Wasser hat man die Kompressibilität ermittelt zu 0,000049 Atm.$^{-1}$ oder in C.G.S.-Einheiten gleich

$$\frac{980{,}66 \cdot 1033{,}3}{0{,}000049} \frac{\text{cm sec}^2}{\text{g}}$$ [1]).

Daher ist die Schallgeschwindigkeit

$$v_0 = \sqrt{\frac{1013300}{0{,}000049}} \text{ cm sec}^{-1} = 1439 \text{ m sec}^{-1}.$$

Die Größen, die die Schallgeschwindigkeit bestimmen, Kompressibilität und Dichte sind von verschiedenen Faktoren abhängig, unter anderen hauptsächlich von Temperatur, Salzgehalt und Druck.

Wir wollen nun zunächst den Einfluß dieser Faktoren feststellen und den Gang von Schallstrahlen in einer heterogenen Wasserschicht untersuchen. Am wichtigsten ist der Einfluß der Temperatur. Dieser sei daher zuerst betrachtet.

Nehmen wir an, die Temperatur des Wassers nehme gleichmäßig mit der Tiefe von der Oberfläche zum Boden hin ab. Legen wir die x-Achse (Fig. 1) in die Wasseroberfläche, die y-Achse senkrecht nach unten, so ist, da wir innerhalb einer sehr dünnen Schicht die Temperatur als konstant und den Schallstrahl als geradlinig annehmen können, nach dem Brechungsgesetz,

$$\frac{v}{\sin\alpha} = \frac{v_0}{\sin\alpha_0} = \frac{v_0}{\cos\delta}. \qquad (2)$$

Hier bedeuten v die Schallgeschwindigkeit und α den Einfallswinkel in einer beliebigen Schicht Δy. Die Werte mit dem Index o beziehen sich auf die Wasseroberfläche. δ ist der Winkel, unter dem der betrachtete Strahl gegen die Horizontale ausgeht. Der Strahl gehe von dem Koordinatenanfang aus. Nun ist nach Fig. 1

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{\frac{v}{v_0}\cos\delta}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2\cos^2\delta}}.$$

Da

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{\varkappa_0\varrho_0}{\varkappa\varrho}},$$

1) Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, 11. Aufl., S. 708, Tabelle XIXa.

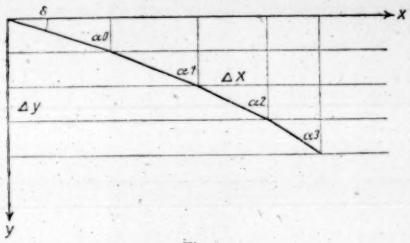


Fig. 1.

wo sich $\varkappa$ nach dem Gesetz

$$\varkappa = \varkappa_0 (1 + \varepsilon y) \tag{3}$$

und ϱ nach dem Gesetz

$$\varrho = \varrho_0 (1 + \gamma y) \tag{4}$$

mit der Wassertiefe ändern, so ist

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\cos\delta}{\sqrt{(1+\varepsilon y)(1+\gamma y)}} \Big/ \sqrt{1 - \frac{\cos^2\delta}{(1+\varepsilon y)(1+\gamma y)}},$$

und hieraus ergibt sich durch Integration

$$x = \int \frac{\cos\delta}{\sqrt{\sin^2\delta + \varepsilon y + \gamma y}} = \frac{2\cos\delta}{(\varepsilon+\gamma)} \cdot \sqrt{\sin^2\delta + \varepsilon y + \gamma y} + C.$$

Da für $x = 0$ auch $y = 0$ werden soll, bestimmt sich die Konstante zu

$$C = -\frac{2\sin\delta\cos\delta}{\varepsilon+\gamma} = -\frac{\sin 2\delta}{\varepsilon+\gamma}.$$

Also ist

$$\left(x + \frac{\sin 2\delta}{\varepsilon+\gamma}\right)^2 = \frac{4\cos^2\delta\sin^2\delta}{(\varepsilon+\gamma)^2} + \frac{4\cos^2\delta \cdot y}{\varepsilon+\gamma},$$

woraus folgt

$$y = \frac{\varepsilon+\gamma}{4\cos^2\delta} x^2 + \operatorname{tg}\delta \cdot x. \tag{5}$$

Diese Gleichung stellt die Gleichung unseres Schallstrahles dar. Für kleine Winkel δ, also für Strahlen, die ursprünglich horizontal verlaufen, ist

$$y = \frac{\varepsilon+\gamma}{4} x^2. \tag{6}$$

Die Gleichung (5) gilt zunächst ganz allgemein, da in ihr über die Bedeutung von ε und γ noch nichts ausgesagt worden ist. Rührt nun aber die Änderung der Kompressibilität und der Dichte mit der Wassertiefe her von einer Änderung der Temperatur T, wie wir es zunächst annehmen wollten, dann ist

$$\varepsilon = \frac{1}{\varkappa_0} \cdot \frac{\partial\varkappa}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \tag{7}$$

und

$$\gamma = \frac{1}{\varrho_0} \cdot \frac{\partial\varrho}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \tag{8}$$

Nun ist

$$\varkappa = 49 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\partial\varkappa}{\partial T} = -2 \cdot 10^{-7}\ ^1),$$

also

$$\varepsilon = -4 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\partial T}{\partial y}. \tag{9}$$

Ferner ist, da $\varrho_0 = 1$ und $\frac{\partial\varrho}{\partial T}$ von der Größenordnung 10^{-4} ist[2]),

$$\gamma = -10^{-4} \cdot \frac{\partial T}{\partial y}. \tag{9'}$$

Man kann also, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, γ gegen ε vernachlässigen, d. h. die Änderung der Schallgeschwindigkeit im Wasser infolge von Temperaturänderungen rührt her von einer Änderung der Kompressibilität; die Änderung der Dichte mit der Temperatur fällt praktisch nicht ins Gewicht.

Die Gleichung des Schallstrahls heißt also bei horizontaler Temperaturschichtung

$$y = -\frac{1}{\cos^2\delta} \cdot 10^{-3} \frac{\partial T}{\partial y} x^2 + \operatorname{tg}\delta \cdot x,$$

oder für einen ursprünglich horizontalen Strahl

$$y = -10^{-3} \frac{\partial T}{\partial y} \cdot x^2. \tag{10}$$

Ist beispielsweise die Wassertiefe 30 m und die Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Boden 1° — oben soll die höhere Temperatur herrschen — also

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{1}{30},$$

so ist

$$y = 3{,}33 \cdot 10^{-5} \cdot x^2.$$

Ein von einem Punkt in der Nähe der Oberfläche horizontal ausgehender Schallstrahl erreicht demnach nach etwa 1000 m Laufstrecke den Boden, wo die Schallenergie im wesentlichen absorbiert wird. Alle anderen Schallstrahlen, die von vornherein einen Winkel δ mit der Horizontalen bilden, erreichen den Boden noch früher.

1) Kohlrausch, l. c. S. 708, Tabelle XIXa. Für Wasser tritt ein Minimum der Kompressibilität ($= 41{,}02 \cdot 10^{-6}$) bei 62° ein. Innerhalb der praktisch vorkommenden Grenzen ist $\partial\varkappa/\partial T$ als Konstante zu betrachten.

2) Kohlrausch, l. c. S. 694, Tabelle IV. Die Dichte erreicht für 4° ein Maximum. $\partial\varrho/\partial T$ ist negativ nur für Temperaturen über 4°.

Es kann allerdings in der Akustik im allgemeinen von scharf begrenzten Schallstrahlen nicht die Rede sein. Man wird auch außerhalb des geometrischen Schallstrahles durch Beugung immer noch etwas hören.

Ist die Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Boden größer, dann wird die Krümmung des Schallstrahles noch stärker, und die Entfernung, auf die der Schall gehört werden kann, wird noch kleiner als in unserem Beispiel.

Ist der Temperaturgradient entgegengesetzt gerichtet, also die Temperatur am Boden höher als an der Wasseroberfläche, so werden die Schallstrahlen nicht nach unten, sondern nach oben gekrümmt. Da nun aber die Wasseroberfläche praktisch vollkommen reflektiert[1]), so werden die Schallstrahlen zunächst unter demselben Winkel, unter dem sie eingefallen sind, nach unten reflektiert, infolge der Temperaturschichtung aber wieder nach oben gekrümmt, wenn nicht, wie es bei bewegter See möglich wäre, ein merklicher Teil der Schallenergie gleich in den Boden reflektiert und dort absorbiert wird.

Ebenso wie eine Änderung der Temperatur mit der Wassertiefe, so bewirkt auch eine Änderung des Salzgehaltes eine Brechung der Schallwellen im Wasser, und damit eine Abweichung von der geradlinigen Bahn. Die Kompressibilität nimmt mit wachsendem Salzgehalt ab, wie folgende, Krümmels Handbuch der Ozeanographie entnommene Tabelle zeigt[2]).

Salzgehalt in ‰	0	5	10	15	20
Kompressibilität $10^7 \cdot \varkappa$	490	484	478	472	466
Salzgehalt in ‰	25	30	35	40	
Kompressibilität $10^7 \cdot \varkappa$	461	455	450	422	

Angenommen, der Salzgehalt ändere sich absolut genommen um 1‰, so ändert sich die Kompressibilität um $1{,}2 \cdot 10^{-7}$. Die gleiche Änderung der Kompressibilität wird hervorgerufen durch eine Temperaturänderung von 0,6° C, und dem entspricht eine Änderung der Schallgeschwindigkeit von 1,8 m/sec.

Die Abhängigkeit der Dichte vom Salzgehalt läßt sich mit hinreichender Genauigkeit wiedergeben durch die Formel[3])

$$\varrho = 1 + 0{,}0008 \cdot S,$$

wo S den Salzgehalt in Promille bedeutet.

Einer absoluten Zunahme des Salzgehalts um 1 Promille entspricht also eine relative Zunahme der Dichte um 0,8‰ und eine Abnahme der Schallgeschwindigkeit um 0,4‰, d. i. um 0,58 m/sec. Der Einfluß der Dichteänderung bei wechselndem Salzgehalt auf die Schallgeschwindigkeit beträgt etwa $^1/_3$ von dem der Änderung der Kompressibilität.

Eine weitere Ursache für die Brechung von Schallstrahlen, die allerdings erst in großer Wassertiefe eine Rolle spielt, ist die Änderung der Schallgeschwindigkeit bei veränderlichem Druck. Dichte und Kompressibilität, die ja die Schallgeschwindigkeit bestimmen, sind nämlich vom Wasserdruck abhängig, und zwar nimmt die Dichte mit wachsendem Druck zu[1]), die Kompressibilität dagegen ab[2]).

Die prozentuelle Änderung der Dichte mit wachsendem Druck ist aber gegen die Änderung der Kompressibilität zu vernachlässigen, wie man aus den Tabellen ersieht. Man braucht also nur den Einfluß der Kompressibilität zu betrachten. Nach den Messungen von Amagat[2]) ist die Änderung der Kompressibilität von Wasser von 0° bei Druckzunahme von 1 auf 200 Atm. dieselbe wie bei Zunahme der Wassertemperatur von 0° auf 20°. In 2000 m tiefem Wasser wird also eine „schädliche" Temperaturdifferenz von 20° zwischen Oberfläche und Boden vollkommen kompensiert. In noch tieferem Wasser findet eine Bewegung der Schallstrahlen nach der Oberfläche zu statt.

Schließlich sei noch erwähnt, daß natürlich Strömungen im Wasser hinsichtlich der Hörbarkeit des Schalles eine ähnliche Rolle spielen, wie der Wind bei der Schallausbreitung in der Luft. Es ist ja bekannt, daß man Schalle in Luft mit dem Winde besser hört als gegen den Wind. Die Erklärung dafür[3]) ist in der Änderung der Schallgeschwindigkeit mit der Höhe vom Erdboden zu suchen, da ja die Windstärke mit der Entfernung vom Boden im allgemeinen zunimmt. Es wird also ein gegen den Wind gehender Schallstrahl allmählich nach oben gekrümmt und geht in einiger Entfernung über den Kopf des Beobachters hinweg. Ein Schallstrahl, der mit dem Winde geht, wird dagegen allmählich nach unten gekrümmt, so daß man in dieser Richtung infolgedessen größere Reichweite hat.

Genau so liegen die Verhältnisse im Wasser. Sie sind natürlich hier der direkten Beobachtung nicht so zugänglich wie in der Luft.

Was haben nun diese Verhältnisse für die Unterwasserschall-Reichweiten zu bedeuten?

1) Rayleigh, Theorie des Schalles. Deutsch von Neesen 1880, II, 98.

2) Krümmel, Handbuch der Ozeanographie, Bd. I, 1907, S. 285. Daselbst auch weitere Literatur.

3) Die Formel entspricht der in Krümmel, l. c. I, 237, Zeile 11 mitgeteilten Formel von Knudsen.

1) Krümmel, l. c. Bd. I, S. 288.

2) Kohlrausch, l. c. Bd. I, S. 708, Tabelle XIX b.

3) Rayleigh, Theorie des Schalles. Deutsch von Neesen 1880, S. 155 ff.

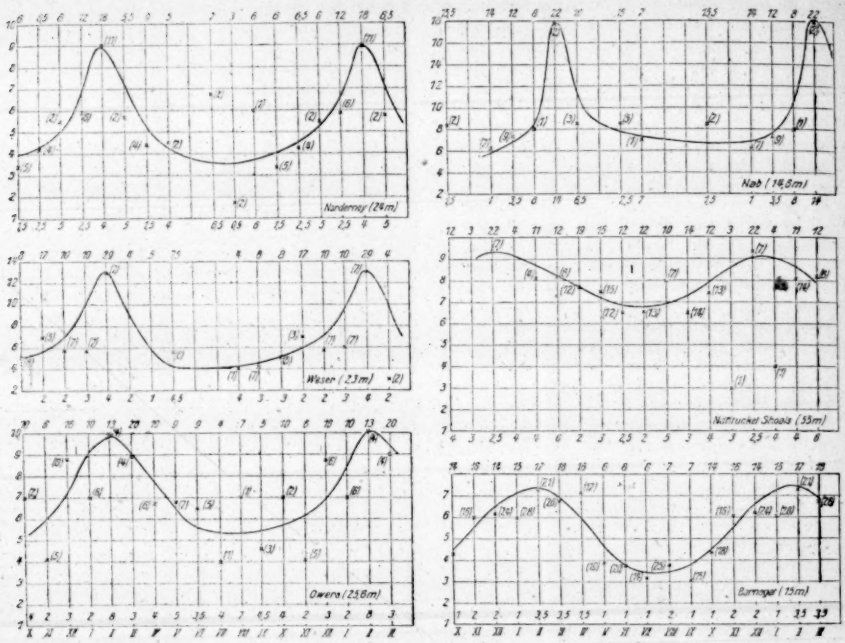


Fig. 2.

Uns interessieren hauptsächlich die Gewässer der Nord- und Ostsee. Aus den in Krümmels Handbuch[1]) mitgeteilten Tabellen ergibt sich, daß wir im allgemeinen im Sommer eine anotherme Schichtung haben, d. h. das Wasser ist oben wärmer als unten, im Winter dagegen herrscht die umgekehrte (katotherme) Schichtung vor.

Der Salzgehalt ändert sich dagegen mit der Tiefe nicht sehr. Das Wasser ist entweder homohalin, oder es findet im Sommer und Winter eine geringe Zunahme des Salzgehaltes nach der Tiefe hin statt.

Auf jeden Fall liegen die Verhältnisse so, daß der Einfluß der Salzgehaltsänderung auf die Kompressibilität im allgemeinen gering ist gegen den Einfluß der Temperaturänderung. Da außerdem in der Regel die Feuerschiffe nicht auf großen Wassertiefen liegen, brauchen wir uns praktisch nur um den Temperatureinfluß zu kümmern. Der jährliche Gang der Unterwasserschall-Reichweiten muß also im wesentlichen derselbe sein, wie der jährliche Gang des Temperaturgefälles. Man hat also bei anothermer Schichtung des Wassers, d. i. im Sommer, geringere Reichweiten zu erwarten als bei katothermer Schichtung des Wassers, d. i. im Winter.

Hiermit stimmen nun die Beobachtungen sehr gut überein. In den obigen Kurven (Fig. 2) sind einige Beobachtungen über Unterwasserschall-Reichweiten mitgeteilt, die bei verschiedenen Feuerschiffen gemacht worden sind[1]). Als Abszissen sind die Monate (römische Zahlen), als Ordinaten die Reichweiten in Seemeilen aufgetragen. Die den einzelnen Punkten in Klammern beigefügte Zahl bedeutet die Anzahl der Beobachtungen, aus denen der entsprechende

1) Krümmel, l. c. Bd. I, S. 468 ff., 480 ff., 349, 350.

1) Das Material ist vor dem Kriege von Handelsschiffen, die mit Unterwasserschallempfangsapparaten ausgerüstet waren, gesammelt und von mir unter dem Gesichtspunkt obiger Theorie ausgewertet worden. Es wurde mir von Herrn Oberingenieur Wolf in liebenswürdiger Weise zur Verfügung gestellt, wofür ihm auch an dieser Stelle freundlichst gedankt sei.

Durchschnittswert für den betreffenden Monat gewonnen worden ist. Die unterhalb der einzelnen Kurven eingetragenen Zahlen geben die kleinsten, die oberhalb der Kurven eingetragenen Zahlen die größten beobachteten Reichweiten in den betreffenden Monaten. Man sieht, daß entsprechend der vorher gegebenen Theorie die Reichweiten am größten im Winter, am kleinsten im Sommer sind. Innerhalb der einzelnen Monate selbst kommen starke Unterschiede vor, die sich durch zufällige Strömungen (Gezeitenströmungen) erklären lassen dürften, zum Teil aber auch auf die Verschiedenheit der Empfangsapparate zurückzuführen sind.

Über Reichweiten im tiefen Ozean liegen keine Beobachtungen vor. Jedenfalls darf man hier aber wegen des günstigen Einflusses des Druckes auf die Kompressibilität und damit auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles — von oben nach unten abnehmende Kompressibilität, daher zunehmende Schallgeschwindigkeit, also Bewegung der Schallstrahlen nach oben — auf bedeutend größere Reichweiten rechnen als in seichten Gewässern.

Das genaue Abnahmegesetz, d. h. die Abhängigkeit der Lautstärke von der Entfernung läßt sich aus diesen Kurven nicht entnehmen. Eingehende Versuche darüber sind in den Jahren 1915/16 ausgeführt worden, über die demnächst berichtet werden soll.

Kiel, im April 1919.

(Eingegangen 2. Mai 1919.)

Über den Sehraum.

Von Hans Witte.

Sechste Mitteilung: Der Laqueursche Sehraum.

1.

Wir blicken vom eigenen Standpunkt aus über die Erdoberfläche hin bis zu den Grenzen des Sehens. Wir wissen oder schätzen die wahren Entfernungen der Dinge, wir wissen oder schätzen die wahren Größen der Dinge, beide genau oder angenähert, wie sie wirklich sind. Außerdem erleben wir noch eine „Sehgröße". Wir sehen, daß die „Sehgröße" ferner Dinge kleiner ist als ihre wahre Größe; ferne Dinge sehen kleiner aus als sie sind. Wir fragen nach dem rechnerischen Gesetz dieser scheinbaren Verkleinerung.

2.

Um die Verkleinerungszahlen zu gewinnen, hatte ich in der vorläufigen Mitteilung[1]) beliebige Sehgegenstände herausgegriffen. So einen Menschen auf verschiedene Entfernungen, eine ferne Stadt, und anderes mehr.

Damals sollte nachgewiesen werden, daß wirklich alle Dinge verkleinert erscheinen; dafür ist dies Verfahren das gegebene. Wenn man genau messen will, empfiehlt es sich nicht.

Denn bei Menschen, Tieren und den meisten natürlich vorkommenden Dingen überhaupt stört das Wissen von den Dingen. Man weiß, daß die Dinge eine bestimmte Größe haben, oder man denkt sie sich in einer bestimmten Größe, und so kommt man nicht zum reinen Sehen. Besser nimmt man Gegenstände, bei denen man sich wenig oder gar nichts denkt, nur sieht.

Man kann sich dazu, wie gelegentlich vorgeschlagen worden ist[2]), in ein verdunkeltes Zimmer setzen und elektrische Funken beobachten. Doch ist das nicht notwendig. Bei Tageslicht und im Freien geht es auch. Man nimmt etwa glatte, ausdruckslose Stäbe, oder kreisrunde oder quadratische Scheiben, oder ähnliches.

3.

Ein ausgezeichnetes Mittel bieten menschliche Kunstbauten mit geraden, insbesondere parallelen Linien. Zum Beispiel geradlinig gebaute Häuser, Mauern, Zäune; oder auch geradlinig begrenzte Felder, Ackerfurchen, Waldränder; am besten gerade Straßen, Landstraßen, Kanäle, Wege, Eisenbahngleise. Ein gerader Weg von der festen Breite 1,80 m vervielfacht ins Unendliche das Beispiel vom fortmarschierenden Mann. Hier aber hemmt das Denken nicht, vielmehr kann sich kein Mensch von durchschnittlichem Sinnes- und Seelenleben dem Eindruck entziehen, daß die Seitenlinien stetig zusammenlaufen.

An solchen Beispielen hat man denn auch zuerst die scheinbare Verkleinerung wissenschaftlich vermerkt. Schon Lukrez spricht von dem Säulengang, der scheinbar in eine Kegelspitze zusammenläuft. Es fällt ihm schwer, solche und verwandte Erscheinungen mit seiner Lehre vom Sehen zu vereinigen[3]).

Allerdings liegt die Sache bei den parallelen Linien in einer Weise anders als bei Einzelgrößen. Die Bilder der abnehmenden Sehgrößen erscheinen mehr oder weniger gleichzeitig, zu stetigem Linienzug verbunden. Aber einen grundsätzlichen Unterschied macht das, wie Messungen zeigen, nicht.

1) H. Witte, diese Zeitschr. **19**, 142, 1918.
2) A. Müller, Zeitschr. f. Psychol. **40**, 74, 1906.
3) Lukrez, De rerum natura, herausgegeben von C. Lachmann, Berlin 1850, S. 129 (Buch 4, Vers 426 ff.).

4.

Ich darf mich nun auf vorbereitende Versuche mehrerer Forscher berufen[1]). Doch stellen diese Versuche nur die allernächste Nähe sicher, bis etwa 4 m. Sie sind nämlich im Zimmer ausgeführt, an kleinen künstlichen Nachbildungen von Baumreihen und dergleichen auf dem Arbeitstisch. Unser Ziel ist ein anderes. Wir wollen den ganzen Sehraum erforschen. Wir wollen die Verkleinerungsmessungen über den ganzen Raum hin bis zu den fernsten Grenzen des Sehens ausdehnen, wo sich die Sterne befinden. Und wir suchen außerdem noch die zugrundeliegenden, gemeinsamen Gesetze.

5.

Diese Aufgabe sieht auf den ersten Blick außerordentlich umfangreich aus. Allem Augenschein nach läßt sie sich nur so lösen, daß wir wirklich Punkt für Punkt den ganzen Sehraum ausmessen, von unmittelbarer Beobachtungsnähe bis ins Unendliche. Damit hätten wir den Rohstoff, dann würde das noch schwierigere Unternehmen kommen, die Gesetze herauszuarbeiten.

Jedoch die Lösung läßt sich, bemerkenswerterweise, ungemein vereinfachen.

Da wir, im Gegensatz zu den erwähnten Nahraummessungen, den ganzen unendlichen Raum umfassen wollen, wird es uns gestattet sein, untergeordnete Feinheiten späterer Arbeit zu überlassen. Wenn uns eine einzige Vernachlässigung zugestanden wird, können wir auf Grund einer einzigen Erfahrungstatsache die gesamten Gesetze eindimensional mit einem Griff hinstellen.

6.

Die Vernachlässigung ist diese. Jedermann beobachtet im Zimmer wie im Freien, daß gerade Linien angenähert als gerade Linien erscheinen. Bücher, Möbel, Fenster, Zimmer- und Hauswände, Wege, Straßen, Ackergrenzen usw. zeigen das unzweifelhaft. Verändert man den Standpunkt, geht man, fährt man im Wagen, so drehen sich die geraden Querlinien der Landschaft, bleiben aber dabei gerade.

Allerdings ist es nicht streng richtig. Tatsächlich besteht eine leichte Krümmung, vielleicht sogar eine doppelte. Aber weil die Krümmung gering ist, soll sie ausdrücklich außer acht bleiben.

Für das Folgende wird also angenommen: Eine wirkliche gerade Linie erscheint im Sehraum wieder als eine gerade Linie. Umgekehrt: Einer Linie, die im Sehraum als gerade erscheint, entspricht im wahren Raum eine gerade Linie.

7. Erstes Gesetz: Gleiche Sehgrößen.

Danach läßt sich sofort ein erstes Gesetz für die scheinbaren Verkleinerungen angeben.

Wir lassen den Blick von Fuß- oder Handnähe geradeaus vorwärts über den Raum hin bis ins Unendliche gehen. Das heißt, wir folgen geradeaus etwa dem Erdboden, oder sehen an einer Wand entlang, oder ähnlich. Wir fragen: Welches ist die Gesamtheit solcher Größen G, die gleich breit aussehen?

Das Scheinbild soll also ein Parallelstreifen $c\infty\, d\infty$ sein, ausgehend von der in unmittelbarer Tastnähe befindlichen Strecke $CD = cd = B = b$ (Fig. 1)[1]). Da die Scheinlinien $c\infty$

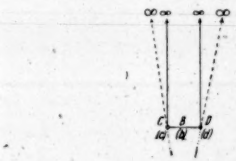


Fig. 1.

und $d\infty$ gerade sind, müssen nach 6 auch die wirklichen Linien $C\infty$ und $D\infty$ gerade sein. Da gemäß dem Grundgedanken Fernes verkleinert erscheint, müssen die wirklichen Geraden $C\infty$ und $D\infty$ auseinanderlaufen; ihr rückwärtiger Schnittpunkt liegt in der Streifenebene senkrecht hinter dem Augenmittelpunkt[2]).

Zur weiteren Vereinfachung werde angenommen, daß die linke Scheingerade $c\infty$ senkrecht unter dem Auge läuft. Dann fällt die linke wahre Gerade $C\infty$ mit ihr zusammen, und die Aufgabe meint einfach dies: Wir haben in der Blickrichtung geradeaus eine Gerade $C\infty$ etwa auf dem Erdboden gezogen, eine zweite Gerade $D\infty$ soll ihr parallel erscheinen ($d\infty$), dann muß $D\infty$ in Wirklichkeit schräg rechts ablaufend gezogen werden, wie Fig. 2 zeigt. Es handelt sich darum, die Gleichung dieser Geraden $D\infty$ rechnerisch zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke ziehen wir ein Koordinatenkreuz, die positive X-Achse sei die Richtung $C\infty$, die positive Y-Achse die Richtung CD. Die Maßzahlen X und Y messen also wahre

1) G. Martius, Wundts Philos. Studien **5**, 601, 1889; F. Hillebrand, Denkschr. d. Wiener Akad. d. Wiss., math.-naturw. Klasse, **72**, 1902; W. Poppelreuter, Zeitschr. für Psychologie **54**, 311, 1910; **58**, 200, 1911, u. a. m.

1) Große Buchstaben bezeichnen Punkte (C, D) und Maße (B) im wahren Raum, kleine im Sehraum. Daß $CD = cd$ oder $B = b$ ist, bedeutet, in Tastnähe stimmen wahre Größe und Sehgröße überein.

2) Das rechte Auge sei wieder geschlossen, das linke sehe.

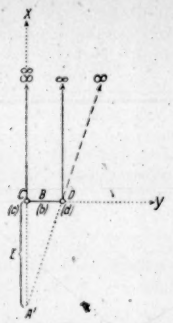


Fig. 2.

Entfernungen im wahren Raum. In erster Näherung bezeichnet X die Entfernung eines Punktes des Streifens $C\infty$ $D\infty$ vom Auge, Y die Breite des Streifens an der betreffenden Stelle. Rechnerisch ist dies Y die Ordinate der Geraden $D\infty$ und möge als solche Y_1 heißen.

Wir bezeichnen noch den rückwärts hinter dem Auge A liegenden Schnittpunkt der Geraden $C\infty$ und $D\infty$ mit A'. Die Entfernung CA' hängt aus leicht ersichtlichen geometrischen Gründen von der Streifenbreite $B = b$ nicht ab, sie kann sich nur mit der Beschaffenheit des Beobachters und äußeren Umständen wie Beleuchtung und dgl. ändern. Ihr Zahlenwert möge E genant werden. Dann heißt die gesuchte Gleichung der Geraden $D\infty$

$$-\frac{X}{E}+\frac{Y_1}{B}=1 \qquad (1)$$

oder auch

$$Y_1 = B\cdot\frac{E+X}{E}. \qquad (2)$$

Dies ist also diejenige Kurve, welche alle die Punkte verbindet, deren senkrechte Abstände von der gegebenen Geraden $C\infty$ dem Beobachter gleich lang zu sein scheinen, und zwar so lang wie die Ausgangslänge bzw. -breite $CD = B = cd = b$. Sie ist die „Kurve der gleichen Sehgrößen" und beantwortet die Frage: Welche Strecken sehen gleich groß aus?

8. Zweites Gesetz: Gleiche wahre Größen.

Aus ihr ergibt sich ebenso leicht die „Kurve der gleichen wahren Größen". Sie antwortet auf die Frage: Wie groß sehen gleiche Strecken aus?

Wir entnehmen zunächst aus dem Vorigen das Verkleinerungsverhältnis V. Zu diesem Zwecke betrachten wir nochmals Fig. 2. Die Scheingerade $d\infty$ ist das Bild der wahren Geraden $D\infty$. In einer beliebigen Entfernung X vom Anfangspunkt $C = c$ erscheint die Ordinate Y_1 (Streifenbreite) verkleinert auf den festen Betrag $b = B$. Das Verkleinerungsmaß V in der Entfernung X ist demnach B/Y_1, oder nach Gleichung (2)

$$V = \frac{E}{E+X}. \qquad (3)$$

Für $X = 0$ ist das Verkleinerungsverhältnis sinngemäß 1, für $X = \infty$ ist es 0[1]).

Diesen Wert führen wir in die folgende Betrachtung ein. Jetzt wird also eine feste wahre Größe gegeben, d. h. ein wahrer Parallelstreifen $C\infty$ $D\infty$, sagen wir ein Weg, von der festen Breite B. Gefragt wird: wie viel sieht jede einzelne Stelle des Weges schmäler aus?

Die gegebene feste Wegbreite B wird an der Stelle X verkleinert auf einen Betrag, den wir y nennen wollen. „Klein" y, denn es ist eine Scheingröße; zur besseren Unterscheidung erhalte sie noch das Zeichen 2, heiße also y_2. Vernachlässigen wir wie oben Größen zweiter Ordnung, so wird die Verkleinerung durch das schon berechnete Verkleinerungsmaß V gegeben, es muß sein

$$\frac{y_2}{B} = V \qquad (4)$$

oder nach (3)

$$y_2 = B\cdot\frac{E}{E+X}. \qquad (5)$$

Die gesuchte Kurve ist demnach ein Stück einer gleichseitigen Hyperbel (Fig. 3). Setzen wir $X' = E + X$, verschieben also die Y- bzw. y-Achse bis zum Punkte A', so kommt

$$y_2 \cdot X' = B \cdot E,$$

dann hat die Hyperbel die gewohnte Lage, die Koordinatenachsen sind die Asymptoten, die Fläche des Koordinatenrechtecks beträgt $B \cdot E$. Für $X = 0$ ist y_2, wie erforderlich, gleich B, für $X = \infty$ wird y_2 Null.

Die Kurve gibt nicht an, wie die rechte Wegseite, und damit der Weg überhaupt, im ganzen aussieht. Sie ist nicht eine Beziehung zwischen beiden Scheinkoordinaten y und x, sondern zwischen der Scheinkoordinate „klein" y und der wahren Koordinate „groß" X. Sie zeigt, wie viel an jeder Stelle X des wahren Raumes der Weg schmäler (y) aussieht. Nicht, ob und wieviel diese Stelle X dem Empfinden näher rückt (x). Sie liefert also gerade dasjenige, was den Laqueurschen Sehraum[2]) kennzeichnet:

1) Die Verkleinerung $Y_1 - B = B \cdot X/E$ wächst von 0 bis ∞.

2) Fünfte Mitteilung, diese Zeitschr. **20**, 368, 1919.

Fig. 3.

Gegeben ein fester Gegenstand, der sich vom Beobachter stetig entfernt. Erlebt wird für jede Entfernung ein bestimmter Verkleinerungsbetrag, und nur dieser Verkleinerungsbetrag der Gegenstandsgröße B wird als Funktion der wahren Entfernung X angegeben, weiter nichts.

Als Beispiel nehme man den früher benutzten fortmarschierenden Menschen (abgesehen davon, daß sich der Mensch eigentlich nicht eignet, weil man bei ihm nicht unverfälscht sieht, sondern denkt). Dann sieht der Mensch, wenn seine wahre Größe B beträgt, im Gelände soviel kleiner aus, wie der Hyperbelast angibt.

9. Drittes Gesetz: Gleiche Sehwinkel.

Das erste Verfahren hielt die scheinbare Größe fest und ermittelte die zugehörige wahre Größe Y_1. Das zweite Verfahren hielt die wahre Größe fest und ermittelte die zugehörige Scheingröße y_2. Unterlassen ist beide Male, nach dem dritten Stück zu fragen, das in Betracht kommt. Das ist der Sehwinkel φ bzw. das Netzhautbild.

Was geschieht, wenn der Sehwinkel festgehalten wird?

Das Schulbeispiel dafür[1]) ist die Auswertung eines Nachbildes. Man erzeugt im Auge ein negatives Nachbild, z. B. einer weißen oder farbigen Kreisscheibe, nähert darauf die Bezugsstelle dem Auge an und entfernt sie vom Auge, letzteres bis ins Unendliche (indem man über das freie Gelände blickt). Wie groß sieht das Nachbild in einer beliebigen Entfernung X aus?

Wir verschieben jetzt das Koordinatenkreuz XY ins Auge A. Die Achse AX ist die Blickrichtung. Dann erhalten wir die Gesamtheit derjenigen Ordinaten Y, welche einen und denselben Sehwinkel φ besitzen, indem wir durch Punkt A eine Gerade mit dem Neigungswinkel φ gegen die X-Achse ziehen. Die Gleichung dieser Geraden lautet

$$Y = X \cdot \operatorname{tang} \varphi. \tag{6}$$

Jede Ordinate Y erscheint nun in erster Näherung verkleinert nach dem obigen Verkleinerungsverhältnis

$$V = \frac{E}{E + X}. \tag{3}$$

Infolgedessen wird die Gesamtheit der Bilder

$$y_3 = \frac{E \cdot X \cdot \operatorname{tang} \varphi}{E + X}. \tag{7}$$

Nach diesem Gesetz ändert sich der Größeneindruck, wenn man das Nachbild über das Gelände laufen läßt. Für $X = 0$ ist die Nachbildgröße y_3 Null, für $X = \infty$ ist sie $E \cdot \operatorname{tang} \varphi$; setzt man

$$E \cdot \operatorname{tang} \varphi = m, \tag{8}$$

so lautet die Gleichung einfach

$$y_3 = m \cdot \frac{X}{E + X} \tag{9}$$

Die Kurve ist wieder ein Stück eines Astes einer gleichseitigen Hyperbel. Die gewohnte Lage erscheint jetzt, wenn man einführt

$$X' = E + X$$
$$y'_3 = y_3 - m.$$

Dann kommt

$$y'_3 \cdot X' = -m \cdot E.$$

Die Asymptoten sind die in Fig. 4 bezeichneten Achsen X' und y'. Die Achse X', welche im Abstand m zur Blickrichtung parallel läuft, grenzt den Höchstbetrag $m = E \cdot \operatorname{tang} \varphi$ ab, zu dem das Nachbild erst schneller, allmählich langsamer asymptotisch ansteigt.

10.

Der Laqueursche Sehraum liegt damit grundsätzlich fest. Die Hauptgleichungen (1) bis (9) bleiben nicht an die benutzten Beispiele gebunden, sie lassen sich leicht allgemein deuten.

Formel (7) läßt erkennen, daß die physikalische Begriffsbestimmung

Scheinbare Größe = Sehwinkel

im allgemeinen nicht zutrifft, nur für weite Entfernungen wird der Verlauf (nicht der Zahlen-

1) Vgl. vorläufige Mitteilung, diese Zeitschrift 19, 142, 1918, § 19 B. Zu 8 vgl. ebenda A, zu 7 ebenda C.

Fig. 4.

wert) der beiden Funktionen ähnlich. Formel (5) bzw. (2) zeigt dasselbe für die alte psychologische Gleichsetzung

Scheinbare Größe = Wahre Größe,

die beiden stimmen nur in der unmittelbaren Umgebung des Beobachters überein. Die tatsächliche Abnahme der Sehgröße nähert sich der psychologischen oder der physikalischen Auffassung, d. h. erfolgt langsamer oder schneller, je nachdem die Konstante E groß oder klein ist.

Ähnlich können alle anderen Fragen beantwortet werden.

II.

Vollständig wird die Beschreibung des Laqueurschen Sehraums allerdings erst, wenn man imstande ist, sie in Zahlen auszuwerten. Zu diesem Zwecke muß man freilich zum Schluß doch messen.

Aber die Messung gestaltet sich ungemein einfach. Die sämtlichen Gesetze enthalten nur eine einzige unbekannte Konstante. Nämlich die Konstante E, welche als Abstand des rückwärtigen Schnittpunktes der Scheinparallelen vom Beobachter eingeführt wurde, sodann das Höchstmaß der Netzhautbild-Auswertung abgrenzt, allgemein die Abnahmegeschwindigkeit der Sehgröße bestimmt.

Eine einzige Messung im Sehraum, eine einzige Messung derjenigen Verkleinerungszahl, die einer einzigen Entfernung $X = F$ zukommt, genügt, um die Konstante E für die zugrunde gelegte Beobachtungsrichtung zu bestimmen. Macht man diese eine Messung, so liegt der Laqueursche Sehraum auch zahlenmäßig fest.

Wolfenbüttel (Technische Hochschule Braunschweig), den 1. Mai 1919.

(Eingegangen 5. Mai 1919.)

Über Bogenstromcharakteristiken.

Von Ernst Bräuer.

Der Bogenstrom ist zugleich ein thermisches und ein elektrisches Phänomen. Die Wärmeableitung, insbesondere durch die Elektroden, ist von starkem Einfluß auf die elektrischen Größen. Die meisten Aufnahmen von Bogencharakteristiken, d. h. Spannungs-Stromstärkekurven, sind mit einer Anordnung gemacht, welche thermisch in hohem Grade willkürlich ist. Der Bogen brannte an stabförmigen Elektroden, deren Dimensionen bei allen Stromstärken die gleichen waren. Bei kleinem Strom waren die Ansatzflächen des Bogens so klein, daß die Elektroden thermisch unendliche Halbräume darstellten. Bei wachsendem Strome bedeckten sich die Endflächen der Stäbe immer mehr mit Stromlinien, bis schließlich die Fläche zu klein wurde und künstlich eine erhöhte Stromdichte erzwang, soweit nicht Stromlinien mit stark erhöhter Gasstreckenlänge nach den Mantelflächen der Elektroden übertraten.

Diese Unbestimmtheit in den Versuchsbedingungen hat auch dazu geführt, daß man lange den zischenden Zustand als durch die Stromstärke bestimmt ansah, während tatsächlich die Stromdichte maßgeblich ist. E. Rasch[1]) hat das wohl zuerst klar erkannt.

Vergleichbare Verhältnisse für verschiedene Stromstärken würde man erhalten, wenn man den Bogen zwischen großen Klötzen des Elektrodenmaterials brennen ließe, oder wenn man den Elektrodenquerschnitt proportional der Stromstärke wählen würde.

Eine einfachere Methode beruht auf folgender Überlegung: Zwischen Veränderungsgeschwindigkeiten, die so hoch sind, daß infolge der thermischen Trägheit die Stromdichte an den Elektroden nicht der stationären entspricht und so geringen Veränderungsgeschwindigkeiten, daß die Form der Elektroden in den Vorgang mit hineinspielt, muß ein breites Gebiet liegen, in dem der Zustand des Bogenstromes von der Veränderungsgeschwindigkeit fast unabhängig ist.

Wenn ich von einem Zustande ausgehend eine

1) Ewald Rasch, Das elektrische Bogenlicht. Braunschweig 1910.

Veränderung, z. B. durch Ein- und Ausschalten von Vorschalt-Widerstand, vornehme und schließlich zu dem Ausgangszustande zurückkehre, so wird die „Wärmewelle", die der ganzen Veränderung entspricht, in mehr oder minder großer Tiefe im Elektrodenmaterial auf einen bestimmten Bruchteil, z. B. den e. Teil, ihrer Amplitude abgesunken sein, je nach der Dauer der Veränderung. Ist die Dauer der Schwankung 1 sec, so ist der Betrag der Temperaturschwankung in 1 mm Entfernung bei Kohle als Elektrodenmaterial auf den 4. Teil, in 1 cm Entfernung aber bereits auf den 10^7. Teil abgesunken. Bei Silber ist die Schwankung in 1 cm Entfernung noch ein Drittel von der ursprünglichen.

Der Versuch ergibt, daß bei Kohleelektroden bei einer Veränderungsdauer unter 3 sec der Endzustand elektrisch mit dem Anfangszustand übereinstimmt. Wir müssen also annehmen, daß die Wärmewelle bei dieser Veränderungsdauer an den Grenzen des Elektrodenmaterials einen zu vernachlässigenden Betrag angenommen hat.

Andererseits folgen bei dieser Veränderungsgeschwindigkeit alle Temperaturen im eigentlichen Bogengebiete zweifellos mit großer Genauigkeit, wie sich u. a. daraus schließen läßt, daß bei steigendem Strome, solange die zu kleine Elektrodenfläche nicht eine Vergrößerung der Stromdichte erzwingt, niemals Zischen eintritt.

Nimmt man also die Charakteristik eines Bogenstromes innerhalb einer Zeit von der Größenordnung 1 sec auf, so bestehen für alle Kurventeile wirklich thermisch vergleichbare Verhältnisse, solange bei allen Veränderungen die Elektrodenfläche nicht vom Strom voll in Anspruch genommen wird.

Solche Charakteristiken entsprechen sehr genau dem stationären Zustande, wenn die Stromstärken von Bögen verglichen werden, deren Elektrodendimensionen thermisch vergleichbar sind, also z. B. bei technischen Bogenlampen, deren normale Brennströme verglichen werden. Von einer nach der bisherigen Methode statisch aufgenommenen Charakteristik kann nur ein Punkt und zwar für eine einzige Lampe verwertet werden. Nach dieser neuen Methode gibt eine Kurve die Gesamtheit aller Lampen bei normalem Strome oder verhältnismäßig gleicher Überbelastung oder sonst wie bei allen gleich verschobenen Bedingungen. Dabei ist der Ausgangs- (und der ihm gleiche End-)Punkt maßgebend für die Bedeutung aller Kurven. Gehe ich z. B. bei gleichen Elektroden von einem hohen Strome aus, so entspricht das geringer Wärmeableitung, also etwa im Verhältnis zum Strome dünnen Elektroden und umgekehrt.

Zugleich fallen bei so raschen Aufnahmen viele der technischen Schwierigkeiten fort, die nur Ungleichmäßigkeiten des Materials entspringen.

Die Ausführung solcher Aufnahmen geschieht mit dem Oszillographen, und zwar in der Weise, daß die Veränderungen mehrmals wiederholt und auf der langsam laufenden Trommel photographisch aufgezeichnet werden. Eine Oszillographenschleife wird dabei vom Bogenstrome, eine andere von der Bogenspannung beeinflußt. Es wurde eine Anzahl solcher Aufnahmen gemacht, indem der Vorschaltwiderstand des Bogens (Schieberheostat) mehrmals so stark vergrößert und wieder verkleinert wurde, daß der Bogenstrom zwischen etwa 5 A und 0,2 A variierte, und zuletzt durch weitere Widerstandserhöhung der Bogen zum Erlöschen gebracht wurde. Die Spannung war 220 Volt. Die Ausgangs- und Endwerte stimmen sehr gut überein.

Die Tabelle gibt für einige Bögen die Konstanten a und b der Formel

$$e\,i = a\,i + b.$$

(e = Bogenspannung, i = Bogenstrom), der sich die Charakteristiken im untersuchten Gebiete gut anschließen.

Für die Arytonsche Formel

$$R = \alpha + \beta\,l + \frac{\gamma + \delta\,l}{i}$$

(l = Bogenlänge, $\alpha\beta\gamma\delta$ = Konstanten) ergibt sich beim Kohlebogen (Durchmesser positiv (oben) 1,0 cm, negativ (unten) 0,8 cm

$$e = 50 + 15{,}8\,l + \frac{9 + 32\,l}{i},$$

und zwar bei einem Ausgangswerte von etwa 4,5 A, d. h. schwacher Belastung der Kohle und entsprechend hoher Wärmeableitung. Der hohe Wert der Minimalspannung, 50 Volt, gilt also, wenn die Elektrodendurchmesser der Stromstärke entsprechend vergrößert werden. Die nach der alten statischen Methode gefundene viel kleinere Minimalspannung (35 bis 40 Volt) entspricht ganz anderen Bedingungen, indem mit steigendem Strome die Stromdichte künstlich vergrößert wurde. Daß sich in beiden Fällen ein genügender Anschluß an die Beobachtungen durch eine Hyperbelkurve ergibt, ist rein zufällig, wenn auch bei der Kleinheit des Intervalles zwischen Einsetzen des Bogens und zischendem Zustande nicht verwunderlich.

Tabelle.

	a	b
Hg-Bogen, kurz nach Zündung, Dampfdruck klein	55,6	4
Größerer Dampfdruck . . .	95,2	24
Hg-Bogen, gut eingebrannt, hoher Dampfdruck . . .	125,3	46
Reinkohlebogen, Länge 2,5 cm	90	89
„ „ 0,4 „	56,8	22
Salz (CaF_2)-Kohlebogen, Länge 2,5 cm	42	36
0,15 cm	28	10

Eine besondere Bedeutung hat dieses Verfahren für die Aufnahme der Charakteristik des Quecksilberdampfbogens (Fig. 1). In der

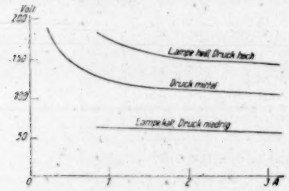


Fig. 1.

engen Quarzröhre der technischen Quarzquecksilberlampe steigt mit steigendem Strome sehr stark der *Hg*-Dampfdruck, und zwar in einer der exakten Festlegung sich entziehenden Weise, abhängig von der Außentemperatur, der Gefäßform, kurz der gesamten zufälligen Wärmeableitung. Infolgedessen besitzt auch die Charakteristik bei hohen Strömen einen steil steigenden Ast, der physikalisch höchstens zu der rein qualitativen Feststellung zu verwerten ist, daß mit steigendem Dampfdruck die Spannung des *Hg*-Bogens steigt.

Nimmt man dagegen die Charakteristik oszillographisch auf, so erhält man den tatsächlichen (e-, i)-Zusammenhang für den betreffenden Druck, der z. B. für das Verhalten der Lampe bei Störungen durch Stromschwankungen auch technisch allein in Frage kommt. Es ist leicht, nach mehrmaliger Veränderung beim Ausgangswerte des Stromes auch den Ausgangswert der Spannung auf 1 Proz. genau wieder zu erhalten.

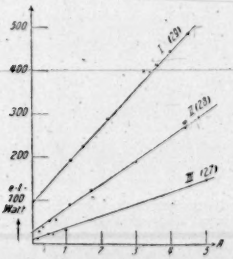


Fig. 2.

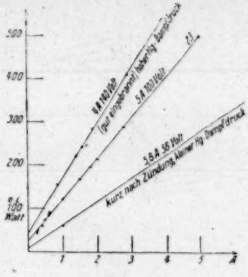


Fig. 3.

Fig. 2 gibt die (e-, i)-Kurven für eine *Hg*-Bogenlampe, ausgehend von 2,0 A 140 Volt (I) (eingebrannte Lampe, hoher *Hg*-Dampfdruck), ferner (II) von 5 A 100 Volt und von 5,8 A 56 Volt (III) (Lampe kurz nach dem Zünden, tiefer *Hg*-Dampfdruck).

Fig. 3 gibt die (ei-, i)-Kurven für den Reinkohlebogen der Tabelle I bei 2,5 cm, II bei 0,4 cm Bogenlänge. III ist ein Salzbogen (CaF_2) von 0,1 cm Länge.

Im Zusammenhange mit der Frage langsamer thermischer Änderungen ist es interessant festzustellen, welche Eindringungstiefe die Wärmeschwankungen des hochfrequenten Wechselstrombogens besitzen. D. Roschansky[1]) hat die Charakteristiken des Zinkbogens(-funkens) bis zu sehr hohen Frequenzen (10^6) aufgenommen und dabei

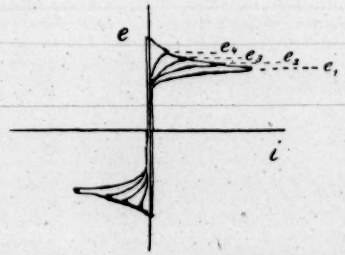


Fig. 4.

1) D. Roschansky, diese Zeitschr. **9**, 627, 1908.

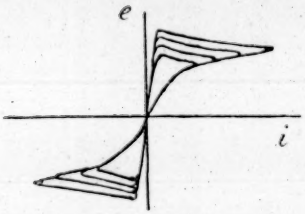


Fig. 5.

das auch früher schon gefundene Resultat bestätigt, daß die Charakteristiken immer mehr in die steigende Richtung übergehen, d. h. immer mehr Ohmschen Widerständen ähnlich werden. Das deutet darauf hin, daß der thermische Zustand der Elektroden bei schnellen Wechseln nicht mehr den Stromschwankungen folgt. Fig. 4 gibt (nach Roschansky) die Zinkbogencharakteristik für eine Periodenzahl $u \leqq 10^5$, Fig. 5 für $n = 10^5$ bis 10^6, Fig. 6 für $n = 3 \cdot 10^6$.

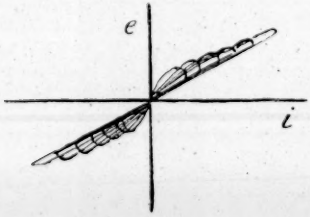


Fig. 6.

Die Tabelle enthält unter n die Frequenzen, unter a den Bruchteil, auf den die Schwankungen in 1 mm Entfernung abgesunken sind, unter b das gleiche für 1 cm, unter c die Tiefe in der die Schwankung auf den $e$ten (2,7) Teil abgesunken ist. Man sieht, daß die Eindringungstiefe selbst bei $n = 10^6$ noch recht groß im Verhältnis zu den molekularen Dimensionen, aber schon bei $n = 10^3$ verschwindend gegen die Bogen-(Funken-)Dimensionen ist.

Tabelle.

n	a	b	c
10^3	$1 : 2 \cdot 10^4$	$1 : 2{,}5 \cdot 10^{43}$	0,01 cm
10^4	$1 : 1 \cdot 10^{13}$	$1 : 2 \cdot 10^{130}$	0,003 „
10^5	$1 : 2{,}5 \cdot 10^{43}$	$1 : 2 \cdot 10^{434}$	0,001 „
10^6	$1 : 2 \cdot 10^{130}$	$1 : 8 \cdot 10^{1302}$	0,0003 „
10^7	$1 : 2 \cdot 10^{434}$	$1 : 9 \cdot 10^{4342}$	0,0001 „

(Eingegangen 12. Mai 1919.)

Kopfwelle und Knallabstandslinien.

Von A. Timpe.

Die Erscheinung des Doppelknalls bei Flachbahngeschützen hat im Kriege dazu geführt, die Gestalt der den Geschoßknall hervorbringenden Kopfwelle und der sogenannten Linien gleichen Knallabstandes genauer zu studieren. Unter einer Linie gleichen Knallabstandes versteht man den Ort aller Beobachter, für die der Zeitabstand zwischen Geschoßknall und Mündungs- oder Geschützknall einen bestimmten Wert p hat. Die nachstehenden Ableitungen haben sich für die Beantwortung der bezeichneten Fragestellung und anschließende Untersuchungen als brauchbar erwiesen.

Die Flugbahn des Geschosses werde bis zum „Loslösungspunkte“, in dem die Geschoßgeschwindigkeit v unter Schallgeschwindigkeit c sinkt, als geradlinig und horizontal angenommen. Zum Bahnpunkte I, der vom Geschütze O den Abstand s hat, gehöre die Flugzeit t und die Geschwindigkeit v. Wir wollen die Form der Geschoßknallwelle K für den Zeitpunkt T bestimmen und bilden zu dem Zweck nach dem Huyghensschen Prinzip das Umhüllungsgebilde der von den Erschütterungspunkten I ausgehenden Elementarwellen, deren jede die Zeitspanne $T - t$ für ihre Ausbreitung zur Verfügung hat. Für die einzelne Welle bzw. ihren Schnitt mit der Horizontalebene gilt (s. Fig. 1):

$$f(x, y, s) = (x-s)^2 + y^2 - c^2 (T-t)^2 = 0. \quad (1)$$

Zur Bestimmung der Enveloppe haben wir zu setzen:

$$\frac{\partial f}{\partial s} = -2(x-s) + 2c^2 (T-t) \frac{dt}{ds} = 0, \quad (2)$$

wobei

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{v}.$$

Wir schreiben:

$$(x-s)^2 + y^2 = c^2 (T-t)^2 \quad (1')$$

$$(x-s)^2 = c^4 (T-t)^2 \cdot \frac{1}{v^2} \quad (2')$$

und erhalten

$$y^2 = c^2 (T-t)^2 \cdot \left(1 - \frac{c^2}{v^2}\right),$$

$$x = s + c^2 (T-t) \cdot \frac{1}{v}$$

als Parameterdarstellung der Kopfwellenfläche. Hierin sind t und v als gegebene (etwa aus der Schußtafel zu entnehmende) Funktionen des Parameters s anzusehen.

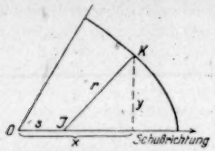


Fig. 1.

Da

$$\frac{x-s}{\sqrt{(x-s)^2+y^2}}=\frac{c}{v},$$

$$\sqrt{(x-s)^2+y^2}=c\,(T-t),$$

so ergibt sich K am einfachsten durch Abtragen der Strecke

$$r=c\cdot(T-t)$$

auf dem von I auslaufenden Strahle, der mit der Schußrichtung den Winkel φ bildet, wo

$$\cos\varphi=\frac{c}{v}. \tag{3}$$

Diese jeweils einem bestimmten s entsprechenden Strahlen bezeichnen wir kurz als die „Schallstrahlen".

Angesichts dieser einfachen Darstellungsform für die Kopfwellen liegt es nahe, für die weiteren Betrachtungen die jedem Punkt K zugeordneten Größen s und r als seine Koordinaten anzunehmen. Die Aufgabe, die Linien gleichen Knallabstandes p zu bestimmen, werden wir als gelöst ansehen, wenn wir auf jedem Schallstrahl s den Abschnitt r angeben können, in dessen Endpunkt der Knallabstand den verlangten Wert p hat.

Aus der Parameterdarstellung der Kopfwelle ergibt sich zunächst

$$x^2+y^2=s^2+2\,s\,c^2\,(T-t)\cdot\frac{1}{v}+c^4\,(T-t)^2\cdot$$

$$\cdot\frac{1}{v^2}-c^4\,(T-t)^2\cdot\frac{1}{v^2}+c^2\,(T-t)^2$$

oder

$$x^2+y^2=s^2+2\,\frac{s\,c^2}{v}\,(T-t)+c^2\,(T-t)^2.$$

Aus dieser Beziehung gewinnen wir die Zeit T', die der Mündungsknall zum Durchlaufen der Strecke

$$OK=\sqrt{x^2+y^2}$$

braucht:

$$T'=\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{c}=\sqrt{\frac{s^2}{c^2}+\frac{2\,s}{v}\,(T-t)+(T-t)^2}.$$

Für den Knallabstand

$$p=T'-T$$

ergibt sich daher

$$p=\sqrt{\frac{s^2}{c^2}+\frac{2\,s}{v}\,(T-t)+(T-t)^2}=T. \tag{4}$$

Um zu den Kurven gleichen Knallabstandes zu gelangen, bilden wir:

$$(p+T)^2=p^2+2\,p\,T+T^2=\frac{s^2}{c^2}+$$

$$+\frac{2\,s}{v}\,(T-t)+T^2-2\,T\,t+t^2;$$

$$2\,T\left(t-\frac{s}{v}+p\right)=\frac{s^2}{c^2}-\frac{2\,s}{v}\,t-p^2+t^2;$$

$$T=\tfrac{1}{2}\,\frac{\frac{s^2}{c^2}-\frac{2\,s}{v}\,t-p^2+t^2}{t-\frac{s}{v}+p}.$$

$$T-t=\tfrac{1}{2}\,\frac{\frac{s^2}{c^2}-\frac{2\,s}{v}\,t-p^2+t^2-2t^2+\frac{2\,s}{v}\,t-2\,p\,t}{t-\frac{s}{v}+p}$$

$$=\tfrac{1}{2}\,\frac{\frac{s^2}{c^2}-(p+t)^2}{t-\frac{s}{v}+p}.$$

Auf dem Schallstrahl s erhalten wir somit den einen bestimmten Knallabstand p entsprechenden Abschnitt:

$$r=\frac{c}{2}\,\frac{\frac{s^2}{c^2}-(p+t)^2}{t-\frac{s}{v}+p}. \tag{5}$$

Indem wir s variieren lassen, erhalten wir die Gesamtheit der durch den Knallabstand p ausgezeichneten Punkte.

Zu jedem Schallstrahl s gehört für unbegrenzt wachsendes r ein Grenzwert p_∞, dem hierbei der Knallabstand p zustrebt; wir erhalten ihn, indem wir in (5) rechter Hand den Nenner = Null setzen:

$$p_\infty=\frac{s}{v}-t. \tag{6}$$

Man kann dies auch so ausdrücken, daß man sagt: Der Schallstrahl s ist Asymptote der durch den Parameter p_∞ gekennzeichneten Knallabstandslinie.

Zu diesem Ergebnis führt übrigens auch eine einfache Sonderbetrachtung (Fig. 2).

Für einen sehr weit entfernten Punkt K können die Linien OK und IK als gleichlaufend angesehen werden, so daß

$$\cos KOI=\frac{c}{v}.$$

OK ist der Weg des Mündungsknalles. Machen wir auf KO die Strecke $KI'=KI$, so gilt für

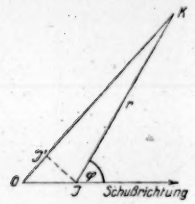


Fig. 2.

$I'K$ und IK die gleiche Schallzeit, und der zu K gehörige Knallabstand p ist gleich dem Unterschiede der auf OI' entfallenden Mündungsknallzeit und der zu I gehörenden Geschoßflugzeit t:

$$p_\infty = \frac{OI'}{c} - t = \frac{OI\cos\varphi}{c} - t$$

$$= s\frac{\frac{c}{v}}{c} - t;$$

$$p_\infty = \frac{s}{v} - t. \qquad (7)$$

Außer den Schnittpunkten mit den Schallstrahlen kann man also für jede Knallabstandslinie den Ursprungspunkt auf der Flugbahn[1]) und die Asymptote bestimmen.

Aus der Schußtafel kann man die t-Werte, die zu den von 100 zu 100 m wachsenden s gehören, unmittelbar entnehmen; für die v-Werte kann man in Annäherung die verzeichneten Endgeschwindigkeiten einsetzen.

Um die gewünschten Ursprungspunkte und Asymptoten der Knallabstandslinien $p = 0{,}1;\ 0{,}2$ ..... sec zu erhalten, müssen geeignete graphische Interpolationen angewendet werden.

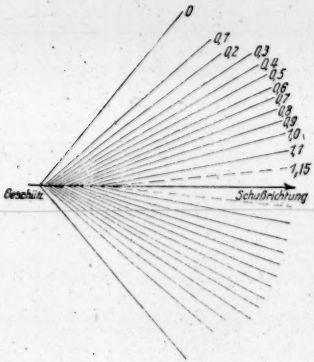


Fig. 3.

1) Gemäß $p_0 = \frac{s}{c} - t$.

Die solcher Weise gefundenen Kurven (Fig. 3) zeigen einen sehr gestreckten Verlauf, können also weithin durch ihre Asymptoten angenähert ersetzt werden und haben auf der Flugbahn Spitzen mit endlichen Winkeln. Bei den Kurven mit niederer Bezifferung sind diese Spitzen konkav zur Schußrichtung gestaltet, bei den anderen konvex; letztere zeigen demgemäß einen Wendepunkt.

(Eingegangen 12. Mai 1919.)

Die Nutationen des unsymmetrischen Kreisels.

Von R. Grammel.

Wenn man einem Demonstrationskreisel üblicher Bauart[1]), der in einem Punkte seiner Symmetrieachse (Figurenachse) außerhalb des Schwerpunktes gestützt ist, seine Rotationssymmetrie dadurch nimmt, daß man auf dem Schwungring, diametral gegenüber, Zusatzmassen anbringt (so daß also der Schwerpunkt nach wie vor auf der Figurenachse bleibt), so bemerkt man, daß die Präzession, welche die Figurenachse bei sehr raschen Eigendrehungen langsam um die Lotlinie beschreibt, von kleinen Nutationen begleitet ist. Eine genauere Beobachtung zeigt, daß diese Nutationen sich stark von denjenigen beim symmetrischen Kreisel unterscheiden. Durch geschickte Wahl des Anfangsstoßes kann man es mitunter erreichen, daß die sphärische Kurve, die das eine Ende der Figurenachse, die Kreiselspitze, beschreibt, das Aussehen von Fig. 2 bis 4 besitzt. Diese Figuren stellen so ziemlich die einfachsten Bilder dar, die beim unsymmetrischen Kreisel überhaupt auftreten können. Meistens ist die beobachtete Kurve viel verwickelter, etwa in der Art der Fig. 5.

Ich möchte zeigen, daß diese scheinbar komplizierten Bewegungen einem sehr durchsichtigen Prinzip untergeordnet sind, welches früher in der theoretischen Astronomie eine große Rolle gespielt hat. Der Einfachheit halber beschränke ich mich auf den Fall, daß die Figurenachse angenähert wagerecht präzessiert[2]).

1) Besonders gut eignet sich für unsere Beobachtung der Prandtlsche Kreisel (vgl. F. Pfeiffer, Zeitschr. f. Math. u. Physik 60, 337, 1912) sowie der Maxwellsche (vgl. M. Winkelmann, Zur Theorie des Maxwellschen Kreisels, Diss. Göttingen 1904), weniger gut der vielgebrauchte Fesselsche Apparat.

2) Über die mehr mathematische Theorie anderer Präzessionen soll an anderer Stelle berichtet werden.

Legen wir vom Stützpunkt aus in die drei Hauptträgheitsachsen ein xyz-System, bezeichnen mit ABC die drei Hauptträgheitsmomente, mit pqr die Komponenten des Drehvektors, mit xyz die Koordinaten einer raumfesten Marke lotrecht über dem Stützpunkt etwa in der Entfernung 1 davon, mit $\vartheta\varphi\psi$ die in üblicher Weise definierten Eulerschen Winkel, und legen wir den Schwerpunkt in die Entfernung s vom Stützpunkt auf die positive x-Achse, so gelten bei einem Kreiselgewicht G mit der Abkürzung $Q = sG$ und unter Außerachtlassung aller dissipativen Kräfte die 6 kinematischen und die 3 kinetischen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= ry - qz \\ \dot{y} &= pz - rx \\ \dot{z} &= qx - py \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= q\cos\varphi - r\sin\varphi \\ \dot{\varphi} &= p - (q\sin\varphi + r\cos\varphi)\operatorname{ctg}\vartheta \\ \dot{\psi}\sin\vartheta &= q\sin\varphi + r\cos\varphi \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} A\dot{p} - (B-C)qr &= 0 \\ B\dot{q} - (C-A)rp &= Qz \\ C\dot{r} - (A-B)pq &= -Qy \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

mit der Bedingung

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1. \quad (4)$$

Voraussetzungsgemäß sehen wir von jetzt an q und r als klein gegen p, und x als klein gegen y und z an, wonach die zweite und dritte Gleichung (1), die zweite (2), die erste (3), sowie (4) sich zu

$$\left.\begin{aligned} \dot{y} &= pz, \quad \dot{z} = -py \\ \dot{\varphi} &= p, \quad \dot{p} = 0 \\ y^2 + z^2 &= 1 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

vereinfachen. Die Eigengeschwindigkeit ist also merklich konstant. Indem wir — worin keine Einschränkung liegt — die Bewegung mit

$$0 = y = q = \varphi = \psi$$

beginnen lassen, erhalten wir durch eine Reihe leicht auszuführender Integrationen aus (5) und (3)

$$\begin{aligned} y &= \sin pt, \quad z = \cos pt \\ q &= b\sin\varrho t + h\sin pt \\ r &= c\cos\varrho t + k\cos pt \end{aligned}$$

mit den Abkürzungen

$$\varrho = p\sqrt{\frac{(B-A)(C-A)}{BC}} \qquad (|\varrho| < |p|) \quad (6)$$

$$h = \frac{Q}{Ap}\,\frac{2C-A}{B+C-A}, \quad k = \frac{Q}{Ap}\,\frac{2B-A}{B+C-A}$$

und der Bedingung für die Integrationskonstanten

$$\frac{b}{c} = \sqrt{\frac{C}{B}\,\frac{C-A}{B-A}} = \sigma, \quad (7)$$

wo σ noch eine Abkürzung bedeutet.

Damit ϱ reell, die Nutationsamplitude also dauernd klein, die Präzession mithin stabil ist, darf A nicht das mittlere Hauptträgheitsmoment sein, ein Ergebnis, das durchaus zu erwarten war und sich leicht beobachten läßt.

Wir zerspalten die Konstanten

$$\begin{aligned} b &= -(p+\varrho)\,b_1 + (p-\varrho)\,c_1 \\ c &= \quad (p+\varrho)\,b_1 + (p-\varrho)\,c_1 \end{aligned}$$

mit der aus (7) fließenden Bedingung

$$\frac{b_1}{c_1} = \frac{p-\varrho}{p+\varrho}\,\frac{1-\sigma}{1+\sigma}. \quad (8)$$

Dann liefert eine weitere Integration aus der ersten und letzten Gleichung (2)

$$\left.\begin{aligned} \vartheta &= \vartheta_1 + a_1\cos 2pt + b_1\cos(p+\varrho)t + \\ &\quad + c_1\cos(p-\varrho)t \\ \psi &= \frac{Qt}{Ap} + a_1\sin 2pt + b_1\sin(p+\varrho)t + \\ &\quad + c_1\sin(p-\varrho)t. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Hierbei ist ϑ_1 eine von $\pi/2$ nur wenig verschiedene Konstante und

$$a_1 = \frac{h-k}{4p} = \frac{Q}{2Ap^2}\,\frac{C-B}{B+C-A} \quad (10)$$

eine Abkürzung.

Zur Deutung des Inhalts der Gleichungen (9) fasse man entsprechende Glieder rechts zusammen: die ersten bezeichnen die Präzession; die zweiten bis vierten stellen die Nutationen vor, und zwar bestehen diese Nutationen, vom Standpunkt eines mitpräzessierenden Beobachters aus beurteilt, aus drei superponierten, im Sinne der Eigendrehung zirkularpolarisierten Schwingungen von den Frequenzen $2p$, $p+\varrho$ und $p-\varrho$ und den Halbmessern (Amplituden) a_1, b_1 und c_1.

Es liegt hier also eine Epizykelbewegung von derselben Art vor, wie sie das Ptolemäische System zur Erklärung der Planetenbewegung benützt hat. Die Bahn der Kreiselspitze ist eine Epizykel dritter Ordnung: sie bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit $2p$ auf einem Kreise a_1; dessen Mittelpunkt mit $p+\varrho$ auf einem Kreise b_1; dessen Mittelpunkt mit $p-\varrho$ auf einem Kreise c_1; und schließlich dessen Mittelpunkt mit der Präzessionsgeschwindigkeit Q/Ap auf einem wagerechten Kreis um die Lotlinie.

Sind zwei Hauptträgheitsmomente gleich, so vereinfacht sich dieses Bild der Bewegung. Ist zunächst $A = C \neq B$, so wird $\varrho = 0$, $\sigma = 0$, $b_1 = c_1$. Die Nutationen des halbsymmetrischen Kreisels (Eigendrehung um eine äquatoriale, den Schwerpunkt tragende Achse) sind Epizykeln zweiter Ordnung mit den Frequenzen p und $2p$. Ist dagegen $A \neq B = C$, so kehrt man mit $a_1 = 0$, $\sigma = 1$, $b_1 = 0$ natürlich zum

symmetrischen Kreisel zurück, dessen Nutationen als Epizykeln erster Ordnung (sphärische Zykloiden) bezeichnet werden können, mit der Frequenz $p - \varrho = Ap/B$.

Es muß aber beachtet werden, daß nicht jede beliebige Epizykel zweiter bzw. dritter Ordnung als Bahn der Kreiselspitze möglich ist. Vielmehr wird im ersten Falle die Frequenz des Kreisels a_1 doppelt so groß als die des Kreisels b_1; im zweiten Falle ist die Summe der Frequenzen der Kreise b_1 und c_1 gleich der Frequenz des Kreises a_1. Dies hat zur Folge, daß beim halbsymmetrischen Kreisel immer eine starke und eine schwache Nutationsschwingung aufeinander folgen (Fig. 1). Die

Fig. 1.

Nutation des unsymmetrischen Kreisels setzt sich, solange p und ϱ kommensurabel sind, ebenfalls aus unter sich kongruenten, in sich symmetrischen Stücken zusammen, die man wohl als Schwebungen[1]) bezeichnen könnte. Auf jede Schwebung entfällt beim halbsymmetrischen Kreisel je eine volle Eigendrehung; beim unsymmetrischen umfaßt die Schwebung $np/(p-\varrho)$ Eigendrehungen, falls $2np$ und $n(p+\varrho)$ die kleinsten multiplen Beträge von $2p$ und $p+\varrho$ sind, in welchem $p-\varrho$ ganzzahlig aufgeht (Fig. 2 bis 4). Wenn p und ϱ inkommensurabel

Fig. 2. $\left(\varrho = \frac{1}{3}\,p\right)$.

Fig. 3. $\left(\varrho = \frac{1}{2}\,p\right)$.

Fig. 4. $\left(\varrho = \frac{1}{5}\,p\right)$.

1) Auf solche Schwebungen hat beim nahezu symmetrischen Kreisel schon M. Winkelmann (a. a. O. S. 54) hingewiesen.

Fig. 5.

sind, so ist die Schwebungsdauer unendlich groß (Fig. 5), und die Bewegung erreicht ihren Anfangszustand nie wieder.

Jede Eigendrehung (in Fig. 1 bis 5 liegt eine solche je zwischen zwei aufeinander folgenden beringten Punkten) erzeugt i. a. zwei Schleifen, die sich natürlich je nach den Anfangsbedingungen auch spitzen oder strecken können.

Man bemerkt leicht, daß die Nutationen des Kelvinschen Gyrostaten[1]) bei angenähert wagerechter Figurenachse fast völlig die gleichen sind. Werden nämlich mit ψ das Azimut der Schneide, auf welcher der Gyrostat steht, und mit ε (statt $\pi/2 - \vartheta$) die Neigung seiner Figurenachse gegen die Wagerechte bezeichnet, und bedeutet ε_0 den kleinen Mittelwert dieser Neigung, so ändert sich lediglich die erste, aber gar nicht benützte Gleichung (1), wogegen in (3) Q in erster Annäherung durch $\varepsilon_0 Q$ zu ersetzen ist, unter s jetzt die Entfernung des Schwerpunkts von der Schneide verstanden. Infolgedessen kommt statt (9)

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 + a_1\varepsilon_0 \cos 2pt + b_1 \cos(p+\varrho)t + \\ &\qquad + c_1 \cos(p-\varrho)t \\ \psi &= \frac{\varepsilon_0 Q t}{Ap} + a_1\varepsilon_0 \sin 2pt + b_1 \sin(p+\varrho)t + \\ &\qquad + c_1 \sin(p-\varrho)t. \end{aligned}\right| \qquad (11)$$

Ein Unterschied gegen vorhin tritt nur dann ein, wenn der Gyrostat mit genau wagerechter Achse aufgesetzt worden ist. Dann verschwindet mit ε_0 außer der Präzessionsgeschwindigkeit auch die Amplitude der einen Zirkularschwingung, und die Bahn der Kreiselspitze ist eine gewöhnliche Epizykloide, welche sowohl beim halbsymmetrischen ($A = C$), wie beim symmetrischen ($B = C$) Gyrostaten in einen Kreis übergeht, und zwar durchläuft der halbsymmetrische seinen Nutationskreis mit der Eigendrehungsgeschwindigkeit p (so daß er dem Kreismittelpunkt immer die gleiche Seite zukehrt), der symmetrische im Verhältnis A/B schneller bzw. langsamer, je nachdem er abgeplattet oder verlängert ist.

1) Thomson u. Tait, Treatise on Natural Philosophy, 2. ed. (1886), I, art. 345x.

Halle, Mai 1919.

(Eingegangen 16. Mai 1919.)

Zwei mit Hilfe der neuen Verstärker entdeckte Erscheinungen.

Von H. Barkhausen.

1. Geräusche beim Ummagnetisieren von Eisen.

Durch die Verbesserung der neuen Vakuumröhren-Verstärker ist es leicht möglich, eine 10000fache Strom-, d. h. eine 100-millionenfache Leistungsverstärkung zu erzeugen. Dadurch können noch elektrische oder magnetische Wechselfelder wahrnehmbar gemacht werden, die sich sonst wegen ihrer Schwäche unserer Kenntnis vollkommen entziehen würden. Es ist für sie gewissermaßen ein Mikroskop erfunden worden, und zwar gleich eins mit 10000facher Vergrößerung! So hat W. Schottky kürzlich darauf hingewiesen[1]), daß man bei großen Verstärkungen die Elektronen in den Verstärkerröhren selbst gewissermaßen fliegen hören kann, da der durch sie gebildete Strom gemäß der kinetischen Gastheorie spontane Schwankungen ausführt.

Eine ähnliche Erscheinung entdeckte ich vor zwei Jahren bei Gelegenheit von Versuchen, die ich gemeinsam mit Herrn Dr. Tuczek anstellte: Eisen gibt beim Ummagnetisieren ein Geräusch; bei ganz gleichmäßiger Änderung der magnetomotorischen Kraft klappen die Molekularmagnete sprungweise in ihre neue Lage und erzeugen dadurch in einer darüber geschobenen Spule unregelmäßige Induktionsstöße, die sich im Telephon als Geräusch erkenntlich machen.

Ich habe diese Erscheinungen jetzt etwas näher verfolgt. Fig. 1 zeigt die einfache Versuchsanordnung. Die zu untersuchenden Eisenkerne E wurden in eine kleine Spule S von 25 mm Durchmesser und 300 Windungen hinein gesteckt. An die Spule war einerseits ein Telephon T über einen 10000fachen Verstärker V angeschlossen, anderseits ein Spiegelgalvanometer G. Letzteres war so stark gedämpft, daß ein Ausschlag viele Sekunden lang fast unverändert bestehen blieb. Dann zeigt praktisch jede Änderung des Ausschlags eine ihm proportionale Änderung des die Spule durchsetzenden Induktionsflusses an. Bei Bewegung des 10 cm langen, U-förmigen Magneten M konnte so gleichzeitig die Änderung der Induktion und die Stärke des Geräusches beobachtet werden. Der Anteil des Eisenkerns an ersterer wurde dadurch bestimmt, daß der meist wesentlich schwächere Galvanometerausschlag bei gleicher Magnetbewegung, aber ohne Eisenkern beobachtet und abgezogen wurde. Die Bewegung geschah mit der Hand. Die Genauigkeit war daher nicht sehr groß.

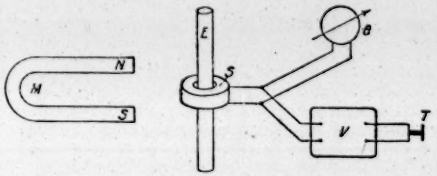


Fig. 1.

Zunächst zeigte sich, daß das Geräusch um so schwächer wurde, je dicker die Kerne waren. 20 mm dicke Kerne gaben schließlich gar kein Geräusch mehr. Der Grund ist, wie später gezeigt wird, in der zu geringen Änderung der Induktion (pro Flächeneinheit) zu suchen; der kleine Magnet genügte nicht, dickere Kerne hinreichend stark zu magnetisieren. So gab ein dicht liegendes Paket Bleche ein schwächeres Geräusch, als ein einzelnes Blech aus dem gleichen Paket. Am besten geeignet waren 1 bis $^1/_2$ mm dicke Drähte oder 5 bis 10 mm breite dünne Blechstreifen. Bei Anwendung stärkerer Magnete wird man auch stärkere Eisenkerne verwenden können.

Weiter wurde an einer großen Zahl verschiedener Kerne festgestellt, daß das Geräusch um so stärker war, je weicher das Eisen war. Gehärteter Stahl gab fast gar kein Geräusch, weiches, geglühtes Eisen ein besonders starkes. Hierfür konnte aber nicht die bekanntlich geringere Magnetisierbarkeit des Stahls die Ursache sein, die sich auch durch einen etwas geringeren Galvanometerausschlag bei gleicher Magnetstellung bemerkbar machte. Denn der Unterschied im Geräusch war auch vorhanden, wenn das weiche Eisen 2- bis 3 mal schwächer magnetisiert wurde. Ganz weiches Eisen gab noch ein Geräusch, wenn der Magnet in mehr als $^1/_2$ m Abstand bewegt wurde. In größerer Nähe war bei ihm das Geräusch so stark, daß es auch ohne Verstärker im Telephon deutlich hörbar war. Der Unterschied zwischen verschiedenen Eisensorten ist so groß, daß man darauf geradezu eine Methode zur Eisenuntersuchung aufbauen könnte.

Die Änderung des Magnetfeldes wurde meist so gemacht, daß der Magnet entweder seitwärts entfernt, um 180° gedreht und wieder genähert wurde, oder so, daß er in einem bestimmten Abstande, besonders in großer Nähe, langsam um 180° herumgedreht wurde. Das Geräusch war bei dieser Bewegung an verschiedenen Stellen sehr verschieden stark. Die Änderung des Galvanometerausschlages entsprach nicht immer der Geräuschstärke. Hielt man mit einer Än-

1) Vgl. Verh. d. D. Phys. Ges. **20**, 71, 1918.

derung in Richtung R (Fig. 2) an einem Punkte A an, war sofort alles ruhig und blieb auch vollkommen ruhig, wenn man von A eine Rückwärtsbewegung bis B machte, überhaupt den Magneten zwischen A und B beliebig hin und her bewegte. Sobald man aber die Lage A mit dem Magneten nur ein wenig überschritt, setzte ganz plötzlich das volle Geräusch wieder ein. Dabei wurden bei weiterer Bewegung in Richtung R die Grenzen A und B gewissermaßen nach rechts mit weiter geschoben. Die Grenze A blieb auch dann bei beliebiger Bewegung zwischen A und B überraschend scharf erhalten. Die Grenze B war unscharf, das Geräusch schwoll langsam an, wenn man über B hinaus, etwa bis C, zurückging. Gleichzeitig wurde dann auch die Grenze A unscharf, etwa in der in Fig. 3 angedeuteten Weise. — Das Galvanometer zeigte auch im Bereich zwischen A und B ziemlich starke Änderungen. Es war in seiner Bewegung auch kein Sprung zu bemerken, wenn A überschritten wurde und des Geräusch plötzlich einsetzte. Doch war die Beobachtungsmethode nicht sonderlich genau.

Bei den dicken Kernen wurde wahrscheinlich selbst bei stärkster, mit dem Magneten herstellbarer Änderung das Gebiet $A-B$ nicht überschritten. Daher konnte bei diesen, wie oben bemerkt, kein Geräusch eintreten.

Man kann sich dies eigentümliche Verhalten des Eisens vielleicht in folgender Weise erklären: Die einzelnen Molekularmagnete schließen sich zu mehr oder weniger großen Verbänden mit mehr oder weniger großer Stabilität zusammen. Ein Geräusch entsteht nur bei der Sprengung oder Bildung größerer Verbände. Bei einer Bewegung gemäß Fig. 2 ändern sich in dem Bereich

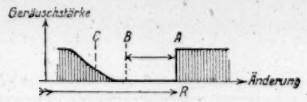


Fig. 2.

$A-B$ nur die kleinen Verbände, es entsteht kein Geräusch. Bei einer Bewegung über B hinaus werden allmählich auch die mittleren und größeren Verbände in Richtung $-R$ in Mitleidenschaft gezogen. In Richtung $+R$ sind dagegen alle kleineren und mittleren Verbände schon bei der ersten, von weit her bis A gekommenen Änderung überwunden. Es sind nur noch die größeren, in dieser Richtung stabileren Verbände übrig geblieben, die erst bei einer weiteren Änderung über A hinaus überwunden werden. — In guter Übereinstimmung mit dieser Vorstellung hört man bei Änderung über B hinaus ein gleichmäßiges, leises Sausen, während über A hinaus ein lautes prasselndes Geräusch einsetzt, in dem man bei sehr langsamer Änderung, z. B. wenn der Magnet in großer Entfernung bewegt wird, einzelne knallartige Stöße deutlich unterscheiden kann. — Im Stahl scheinen die Molekularmagnete nicht die Fähigkeit zu haben, sich zu größeren Verbänden zusammenzuschließen. Man hört bei ihm immer nur das leise Sausen. — Auch das durch Fig. 3 dargestellte Verhalten

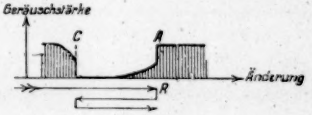


Fig. 3.

ist mit dieser Vorstellung in Übereinstimmung. Die bei der Rückwärtsbewegung (von B bis C in Fig. 2) ummagnetisierten schwachen Verbände werden in Richtung R wieder überwunden, bevor A erreicht ist.

Nicht recht erklärlich ist eine Erscheinung, die bei einem Streifen aus papierdünnem, ganz weichem Eisenblech eintrat. Eine Drehung des Magneten um 180° ergab das stärkste Geräusch, wenn der Magnet einen Abstand von 10 cm hatte. Beim Drehen in ganz geringem Abstande war das Geräusch merkwürdigerweise ganz schwach, auch wenn der Magnet ganz langsam herumgedreht wurde.

Eine genauere Untersuchung wäre, auch im Hinblick auf die praktische Anwendung, beim Magnetdetektor von Marconi und beim Telegraphon von Poulsen erwünscht.

2. Pfeiftöne aus der Erde.

Während des Krieges wurden Verstärker auf beiden Seiten der Front in ausgedehntem Maße zum Abhören feindlicher Ferngespräche benutzt. Infolge schlechter Isolation, zum Teil auch schon durch Induktionswirkung, breiten sich vagabundierende Erdströme in der weiteren Umgebung der Fernsprechleitung aus. Wenn diese auch äußerst schwach sind, so können sie doch durch die enorme, herstellbare Verstärkung noch hörbar gemacht werden. Die Abhörschaltung zeigt Fig. 4. Die beiden, meist einige 100 m weit auseinander liegenden Erdungen A, B führen einfach über den Verstärker zum Telephon.

Zu gewissen Zeiten hört man im Telephon einen ganz merkwürdig pfeifenden Ton. An der Front hieß es, man höre „die Granaten fliegen“. Soweit eine Bezeichnung durch Buch-

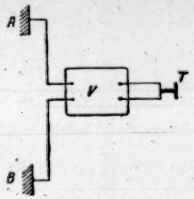


Fig. 4.

staben möglich ist, klang der Ton etwa wie piou. Physikalisch war es meiner Ansicht nach eine Schwingung von annähernd gleich bleibender Amplitude, aber sich sehr schnell ändernder Frequenz, etwa so, wie in Fig. 5 gezeichnet ist,

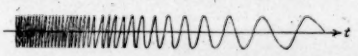


Fig. 5.

beginnend mit den höchsten hörbaren Tönen, die ganze Tonskala durchlaufend und mit den tiefsten hörbaren Tönen abklingend. Durch die Eigenschaften des Verstärkers werden dabei die Töne um die Frequenz 1000 herum besonders stark hervorgehoben. Der ganze Vorgang dauerte fast eine volle Sekunde lang. An manchen Tagen waren diese Pfeiftöne so stark und häufig, daß sie ein Abhören zeitweise unmöglich machten. Die Erscheinung hing sicher mit meteorologischen Einflüssen zusammen. Sie trat besonders des Vormittags an warmen Tagen im Mai und Juni auf, unterschied sich aber vollständig von den normalen atmosphärischen Störungen, die nur ein Knacken oder Brodeln im Telephon erzeugen. Die Erdelektroden, die gelegentlich auch Geräusche geben, können ebenfalls kaum die Ursache für die Pfeiftöne sein. Zunächst ist ein meteorologischer Einfluß auf oft tief vergrabene Erddrähte sehr unwahrscheinlich; dann traten ganz dieselben Pfeiftöne auch im Meere bei in Seewasser tauchenden Kupferelektroden auf. Und wie sollte schließlich ein so merkwürdiger, periodischer Vorgang an den Elektroden entstehen?

Viel näher liegt der Gedanke, daß der Verstärker selbst, etwa durch eine besonders starke atmosphärische Störung angestoßen, derartige Eigenschwingungen erzeugt. Ich habe mich aber vergeblich bemüht, im Laboratorium durch starke Schaltstöße und direkte Funkenüberschläge an einem solchen Verstärker Pfeiftöne hervorzurufen. Auch sind mir bei meinen zahlreichen Versuchen mit den Verstärkern sonst niemals solche Pfeiftöne begegnet.

Wodurch freilich in der Erde und im Meere zeitweise schwache Wechselströme so eigentümlicher Art entstehen können, erscheint zunächst unerklärlich. Vielleicht können hier weitere Mitteilungen aller derer, die mit diesen Apparaten zu tun gehabt haben, zur Aufklärung beitragen.

Dresden, Institut für Schwachstromtechnik, Mai 1919.

(Eingegangen 17. Mai 1919.)

Der Böenmesser, ein neues Instrument zur hydrodynamischen Untersuchung des Windes.

Von R. Seeliger.

(Mit Tafel XIV.)

Bekanntlich ist die Geschwindigkeit des Windes nicht zeitlich konstant oder nur langsam veränderlich, sondern sie schwankt dauernd in raschen Pulsationen um einen jeweiligen Mittelwert, eben um die „Windgeschwindigkeit" im gewöhnlichen Sprachgebrauch. Erst seit wenigen Jahren hat man diesen raschen Pulsationen — die man als „Struktur des Windes" bezeichnet — größere Aufmerksamkeit zugewandt; die bis jetzt vorliegenden Resultate einer genaueren Analyse haben auch bereits manche bemerkenswerte Gesetzmäßigkeiten ergeben und jedenfalls gezeigt, daß es sich — abgesehen von der großen praktischen Bedeutung für die Flugtechnik — um einen Vorgang handelt, der auch den Physiker interessieren dürfte[1]). An der verhältnismäßig geringen Ausdehnung des Beobachtungsmaterials trägt nun wohl hauptsächlich der Mangel an zur Untersuchung der Windstruktur geeigneten Instrumenten Schuld. Die bis jetzt vorliegenden Apparate, die sogenannten Böenschreiber[2]), sind alle recht kompliziert und kostspielig und erfordern eine stationäre Aufstellung und sorgfältige Wartung. Dagegen fehlt es noch ganz an einem handlichen transportablen Instrument, das etwa von der Größe und konstruktiven Einfachheit der üblichen Windmeßgeräte (Handanemometer mit Schalenkreuz oder Wildsche Stärketafel), nicht nur wie diese die mittlere Windgeschwindigkeit, sondern auch die Größe der genannten raschen Pulsationen bequem zu messen gestattet. Abgesehen von der weitgehenden Verwendungsmöglichkeit in der Praxis der Flugtechnik (ein Ersatz der jetzt üblichen und naturgemäß nur

1) R. Seeliger, Die Struktur des Windes, Die Naturwissenschaften 1917, S. 749.

2) R. Seeliger u. E. Bräuer, Die Methoden zur Untersuchung der Struktur des Windes, Met. Zt. 1918, 30, 82, 124.

rohen Schätzung der Böigkeit des Windes nach dem Gefühl scheint ein dringendes Bedürfnis zu sein), würde ein solches Instrument eine empfindliche Lücke in den Terminbeobachtungen der meteorologischen Stationen auszufüllen ermöglichen und durch regelmäßige Messung nicht nur der mittleren Geschwindigkeit, sondern auch der mittleren Schwankung derselben der wissenschaftlichen Windforschung bisher fehlendes Material verschaffen; vor allem aber würde es durch das Studium der Windstruktur im Freiballon der Theorie Anhaltspunkte von prinzipieller Bedeutung geben können.

Maßgebend für die Konstruktion eines derartigen Instruments sind nun die folgenden allgemeinen Gesichtspunkte. Dasselbe wird prinzipiell wie alle Windmeßgeräte aus einem mechanischen System bestehen müssen, welches durch den Winddruck in Bewegung gesetzt wird und der Forderung genügt, daß diese Bewegung den zeitlichen Variationen des Winddrucks nun nicht nur im Mittel, sondern bis in die Einzelheiten getreu folgt. Dazu ist aber nach bekannten Sätzen über erzwungene Bewegungen hinreichend und notwendig, daß seine Eigenfrequenz — geeignete Dämpfungsverhältnisse vorausgesetzt — groß ist gegen die Frequenz der höchsten harmonischen Komponente der äußeren Kraft (d. h. des Winddrucks), die man noch getreu wiedergegeben zu haben wünscht und die in unserem Falle, selbst für weitgehende Ansprüche zu etwa 5 sec^{-1} anzusehen sein dürfte. Aus praktischen Gründen brächte es nun erhebliche Nachteile mit sich, wenn man das genannte mechanische System direkt dem Wind aussetzen würde. Man wird deshalb in der üblichen Weise den Druck durch ein Staugerät aufnehmen und erreicht dadurch zwei Vorteile, nämlich: 1. Man kann die Stelle, an welcher die Geschwindigkeit des Windes gemessen werden soll, recht bequem in genügende Entfernung von dem in seinen Bewegungen zu beobachtenden mechanischen System verlegen und so alle Störungen ausschalten, welche durch den Körper des Beobachters infolge der Deformation der Stromlinien entstehen können. 2. Man kann durch Verwendung eines geeigneten Staugerätes eine genaue Orientierung gegen die Richtung des Windes unnötig machen; dies ist, da mit den Geschwindigkeitsschwankungen stets auch Richtungsschwankungen verbunden sind, sogar unbedingtes Erfordernis zu einer einwandfreien Messung und ist auf anderem Wege kaum zu erreichen. Als Staugerät, daß etwa in einiger Entfernung über dem Kopf des Beobachters fixiert zu denken ist, habe ich seiner für den vorliegenden Zweck vorzüglichen Eigenschaften wegen eine Doppelstauscheibe benutzt, die von Gerdien und Holm[1]) beschrieben worden ist und deren Angaben bis zu etwa 25° Neigung gegen die Windrichtung praktisch unabhängig vom Neigungswinkel sind.

Es handelte sich nun darum, die vom Staugerät erzeugte Druckdifferenz zu messen. Die übliche Methode der Druckmessung mit einem Flüssigkeitsmanometer ist für ein tragbares Instrument naturgemäß schon deshalb nicht zu verwenden, weil sie eine peinlich genaue Orientierung gegen die Vertikale und eine sehr stabile erschütterungsfreie Aufstellung erfordert. Auch die Verwendung von Membranmanometern führte nach vielen vergeblichen Versuchen zu keinem befriedigenden Resultat, wenigstens nicht für den vorliegenden Zweck, und zwar in erster Linie wegen der Schwierigkeiten, die Bewegung der Membran durch eine gegen Stöße genügend empfindliche Übertragung der Messung zugänglich zu machen. (Wie nebenbei bemerkt sei, eignen sich ihrer vorzüglichen elastischen Eigenschaften wegen Membranmanometer nach meinen Erfahrungen jedoch sehr gut für Böenschreiber, falls eine stabile Aufstellung mit optischer Registrierung z. B. nach dem Vorgang von Nernst und des Physiologen Frank gewählt werden kann.) Die genannten Schwierigkeiten zu beheben ist mir nun durch die folgende Anordnung gelungen, die meines Erachtens noch für viele andere Zwecke als Mikromanometer gute Dienste leisten dürfte, nämlich überall da, wo eine stabile Aufstellung des Druckmeßapparats sich nicht durchführen läßt. Man kann nämlich die statische Druckmessung ersetzen durch eine dynamische, d. h. durch die direkte Messung der Strömungsgeschwindigkeit in einer das Staugerät kurzschließenden Rohrleitung, und zwar im Prinzip einfach dadurch, daß man ein empfindliches Druckpendel (ähnlich der Wildschen Stärketafel) anbringt. Benutzt man als Direktionskraft für dieses nicht die Schwerkraft, sondern elastische Kräfte, so wird man praktisch vollkommen unabhängig von der Orientierung gegen die Vertikale und bei geeigneter Wahl des in die Strömung gebrachten Systems zugleich von äußeren Erschütterungen. Vorzüglich bewährt hat sich nun eine dünne elastische Lamelle[2]), welche an einem Ende festgeklemmt mit dem anderen

1) Gerdien, Ein Apparat zur Untersuchung der Windstruktur (Anemoklinograph). Jahrb. wissenschaftl. Ges. f. Flugtechnik 2, 67—78, 1913/14. — R. Holm, diese Zeitschr. 20, 27, 1919.

2) Der Einfachheit halber benutzte ich zunächst Spaltlamellen aus Glimmer, die in der Praxis aber wohl besser durch Metallstreifen z. B. aus dünnem versilberten Federstahl, zu ersetzen sein werden. In dem benutzten Modellapparat hatte das Glimmerplättchen die Dimensionen $15 \times 2 \times 0{,}013$ mm.

in die Strömung hineinragt und deren Ausbiegungen aus der Gleichgewichtslage in einem Mikroskop mit Okularmikrometer gemessen wird[1]). Die folgende einfache Überschlagsrechnung gibt über die zu erwartenden Verhältnisse hinreichende Auskunft. Natürlich handelt es sich dabei, wie generell gleich bemerkt sei, um nicht mehr als nur eine Abschätzung von Größenordnungen, die aber für unsere Zwecke auch vollkommen genügt. Wo ich durch Messungen im künstlichen Windstrom — ich konnte eine nach dem Muster des Prandtlschen Windkanals gebaute Anordnung auf der ehemaligen Militär-Hauptwetterwarte in Charlottenburg benutzen — einen direkten Vergleich mit der Erfahrung erhalten habe, hat sich jedenfalls hinreichende Übereinstimmung ergeben.

Die von dem Staugerät an den Enden der Rohrleitung erzeugte Druckdifferenz p ist für eine Windstärke von V m/sec gegeben durch

$$p = 0{,}005\, V^2 \text{ mm } Hg = 6{,}5\, V^2 \text{ Dyn/cm}^2. \quad (1)$$

Die mittlere Geschwindigkeit v der Strömung in der Rohrleitung ergibt sich daraus, wenn wir — was der Größenordnung nach hier wohl erlaubt ist — nach Poisseuille rechnen, in cm/sec zu

$$v = \frac{r^2}{8l}\, p \cdot \frac{1}{\eta} = 0{,}8\, \frac{r^2}{l}\, \frac{V^2}{\eta}, \quad (2)$$

worin r der Radius, l die Länge der Leitung in Zentimetern ist. Wählen wir $2r$ von der Größenordnung 1 cm, l von der Größenordnung 100 cm, so wird

$$v = 0.1\, V^2, \quad (3)$$

beide Geschwindigkeiten nun gemessen in m/sec. Nun betrachten wir eine Lamelle von der Länge λ, von der Breite β und der Dicke δ (mm). Wirkt auf diese am Ende der Längsseite eine Kraft P kg, so ist die Ausbiegung (mm)

$$h = \frac{4\lambda^3}{\delta^3 \beta}\, \frac{P}{E}. \quad (4)$$

Der Druck auf eine Fläche von 1 qm in einem Luftstrom von der Geschwindigkeit v m/sec ist nun empirisch gefunden worden zu rund $0{,}1\, v^2$ [2]) kg, so daß eine Fläche von der Länge $\alpha\lambda$ und der Breite β (entsprechend dem in die Strömung tauchenden Teil unserer Lamelle) den Druck erleidet

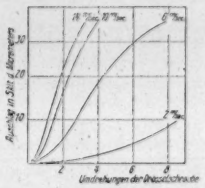
$$P = 0{,}1\, v^2\, \alpha\lambda\beta \cdot 10^{-6}. \quad (5)$$

Die Gleichungen 3, 4, und 5 ergeben also für die Ausbiegung bei einer Windgeschwindigkeit V die gesuchte Endformel:

$$h = 4 \cdot 10^{-9}\, \alpha\, \frac{\lambda^4}{\delta^3 E}\, V^4. \quad (6)$$

Wir wollen nun z. B. verlangen, daß noch bei einer Windgeschwindigkeit von 2 m/sec die Ausbiegung 0,1 mm beträgt. Setzen wir entsprechend etwa den tatsächlichen Verhältnissen $\lambda = 20$, $\alpha = \frac{1}{4}$, $E = 2 \cdot 10^4$ (gültig für Stahl und Glimmer), so bekommen wir für die Dicke δ der Lamelle die Größenordnung 0,01 mm, die sich ohne große Schwierigkeiten praktisch erreichen läßt.

Zugleich erkennt man aus Gl. (6), daß die Elongation mit V sehr rasch ansteigen würde. Um einen genügend großen Meßbereich zu haben bzw. nicht mit verschiedenen Lamellen arbeiten oder zwecks Vergrößerung des Meßbereiches die Empfindlichkeit der Anordnung unnötig herabsetzen zu müssen, ist es deshalb praktisch, die Strömung durch eine Mikrometerschraube abzudrosseln (die etwa direkt in Windgeschwindigkeiten geeicht ist). Es dient dann die Lamelle bei der Messung der mittleren Windgeschwindigkeit sozusagen als Nullinstrument und die Pulsationen bewirken Elongationen um jeweils dieselbe Ausgangslage; ihre Größe wird an der Okularskala abgelesen und die absolute Größe der entsprechenden Geschwindigkeitsschwankungen ist unmittelbar aus den Elongationen und aus der jeweiligen Stellung der Mikrometerschraube mit Hilfe graphisch gegebener Eichkurven zu entnehmen.



Die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessung ergibt sich unmittelbar aus Gl. (6). Ist die im Okularmikrometer noch beobachtbare Verschiebung Δh, so ist nämlich:

$$\frac{\Delta V}{V} = 10^9 \cdot \frac{\delta^3 E}{\lambda^4}\, \frac{1}{16\alpha}\, \frac{\Delta h}{V^4}. \quad (7)$$

Setzen wir für Δh etwa 1/50 mm[1]), so er-

1) Bei richtiger Beleuchtung erscheint die Kante der Lamelle als scharfe leuchtende Linie im Gesichtsfeld.

2) Vgl. etwa Lanchester, Aerodynamik, Bd. I.

1) Es entsprachen bei den Versuchen 28 Skalenteile des Okularmikrometers einer Elongation von 1 mm.

halten wir für die oben angegebene Dimensionierung der Lamelle einen Fehler von nur 4 Proz. bei $V = 2$ m/sec und einen entsprechend kleineren für größere Geschwindigkeiten. Für kleinere Geschwindigkeiten als 2 m/sec sind naturgemäß die prozentuellen Fehler größer (ca. 60 Proz. bei $V = 1$ m/sec) entsprechend der hier gewählten Empfindlichkeit von $h = 0{,}1$ mm bei $V = 2$ m/sec, doch könnte durch Verwendung nur wenig dünnerer Lamellen — die Dicke δ geht in der dritten Potenz ein — ohne jede praktische Schwierigkeit die Genauigkeit noch erheblich gesteigert werden. Zu bemerken ist ferner, daß die Nullage praktisch absolut konstant ist; durch die Verwendung der Drosselschraube wird eine elastische Überbeanspruchung der Lamelle vermieden, so daß elastische Nachwirkungen in beobachtbarer Größe nicht auftreten. Endlich ist noch ein Wort zu sagen über den Einfluß der Temperatur auf das elastische System und auf die Strömung in dem Meßkanal. Sowohl die geometrischen Dimensionen wie der Elastizitätskoeffizient der Lamelle ändern sich nämlich mit der Temperatur; diese Einflüsse sind jedoch hier vollkommen zu vernachlässigen. Man findet nämlich aus Gl. (6) durch Differentiation nach der Temperatur bei konstantem V und nach Gl. (7) für den Einfluß jener den prozentuellen Fehler zu

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \frac{\Delta E}{E}\right), \qquad (8)$$

und dieser ist selbst für die praktisch schon extrem große Schwankung von -30^0 auf $+30^0$ nur etwa 1 Proz.[1]), also durchaus zu vernachlässigen. Das Instrument zeigt also auch in diesem Punkt — und zwar ohne eine, z. B. bei Membranmanometern notwendige besondere Temperaturkompensation — sehr befriedigende Eigenschaften.

Störender wird dagegen der zweite oben genannte Temperatureinfluß wirken, da er sich vorläufig nur durch eine rein empirirische Reduktion der Beobachtungen mit Hilfe von Eichkurven eliminieren läßt, die bei verschiedenen Temperaturen aufgenommen sind. Es ist das der Einfluß auf den Koeffizienten η der inneren Reibung und damit auf die Strömungsgeschwindigkeit v im Lamellenrohr. Zur Abschätzung des so entstehenden Fehlers entnehmen wir aus den Gl. (2), (4) und (5), daß cet. par.

$$h \sim 1/\eta^2.$$

Rechnen wir nach der Sutherlandschen Formel für η in Abhängigkeit von der Temperatur, so finden wir die folgenden Werte

t	-30^0	-10^0	0^0	$+10^0$	$+30^0$
h_0/h_t	1,20	1,07	1,00	0,93	0,85

Wesentlich gemildert wird allerdings die Bedeutung dieses Fehlers durch den Umstand, daß für wissenschaftliche Zwecke in erster Linie das Verhältnis der Geschwindigkeitsamplitude zur mittleren Geschwindigkeit interessiert, bei dessen Bildung dieser Fehler herausfällt.

Die Eigenfrequenz des Grundtones der Lamelle endlich ergibt sich nach bekannten Formeln zu

$$N = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\delta}{\lambda^2} \frac{m^2}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{s}}, \qquad (9)$$

woraus mit $m = 1{,}87$, $E = 2 \cdot 10^{12}$, $s = 2{,}5$ und den oben benutzten Größenverhältnissen $\lambda = 2$ und $\delta = 10^{-3}$ (cm!) der Wert von rund 30 folgt, der also der eingangs aufgestellten Forderung genügt. In Strenge wäre natürlich das System (Lamelle + Luftsäule im Rohr) zu betrachten; da bei den hier in Betracht kommenden Rohrlängen die Frequenz des Grundtones dieser Luftsäule jedoch weit oberhalb der Frequenz der Lamelle liegt, kann man hier wohl auf die sehr komplizierte Theorie des Gesamtsystems verzichten. Die Dämpfung der Lamelle hat sich durch besondere Versuche (Anreißen mit einer feinen Glasspitze unter dem Mikroskop) als hinreichend stark ergeben, nämlich als nahezu aperiodisch. Inwieweit die Dämpfung des Gesamtsystems mit hereinspielt, sollen weitere Versuche ergeben; die bisherigen Erfahrungen scheinen aber zu zeigen, daß Störungen von dieser Seite nicht in Betracht kommen.

In praxi wird man das Instrument natürlich empirisch eichen müssen. Derartige Eichkurven, erhalten in einem künstlichen Windstrom (vgl. oben), dessen Geschwindigkeit mit einem Prandtlschen Staugerät und Toluol-Mikromanometer festgelegt wurde, sind für einen Modellapparat in der umstehenden Figur reproduziert und dürften den typischen Verlauf derselben generell wiedergeben. Sie dienen zur graphischen Konstruktion der für den praktischen Gebrauch bestimmten Eichkurven, welche die mittlere Windgeschwindigkeit und die „Böigkeit des Windes" (maximale Amplitude) unmittelbar zu entnehmen gestatten aus der Ablesung am Okularmikrometer und der Stellung der Drosselschraube.

Das Modellinstrument, welches nach diesen soeben auseinandergesetzten Prinzipien durchkonstruiert wurde, ist auf Tafel XIV in Totalansicht und im Konstruktionsschnitt wiedergegeben, die im wesentlichen wohl ohne weiteres

1) Über einen anderen Einfluß von Temperatur und Barometerstand auf die Angaben jedes hydrodynamischen Windmessers vgl. die zitierte Arbeit von Bräuer und Seeliger.

verständlich sein werden. Die Herstellung hat die Firma C. P. Goerz in Berlin-Friedenau übernommen, welche auch den patentrechtlichen Schutz des neuen Meßprinzips erhalten hat. Über eingehende Versuche werde ich demnächst a. a. O. berichten, da an dieser Stelle wohl nur die mitgeteilten physikalischen Grundlagen interessieren dürften.

Greifswald, Mai 1919.

(Eingegangen 19. Mai 1919.)

BESPRECHUNGEN.

E. Lasker, Die Philosophie des Unvollendbar. gr. 8°. XII u. 626 S. m. 3 Abbildungen. Berlin u. Leipzig, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger. 1919. M. 24.—, geb. M. 28.— und Teuerungszuschlag.

Der Inhalt dieses sehr gedankenreichen Buches ist die Darlegung einer Entwickelungs-Philosophie, welche alle Gebiete des Denkens, Wertens und Handelns von den Grundtatsachen des Lebens aus begreifen will.

Den Prozeß des Fortschreitens der Wissenschaft faßt Lasker unter dem Gesichtspunkt der vitalen Anpassung auf, ohne doch dabei in die Fehler des Pragmatismus zu verfallen. Die allgemeinsten leitenden Maximen der wissenschaftlichen Forschung fallen für ihn zusammen mit denjenigen methodischen Prinzipien, welche alles Handeln überhaupt betreffen, den Prinzipien eines vollkommen geführten („macheidischen") Kampfes, die in einer allgemeinen Theorie des Kampfes auseinandergesetzt werden.

Der Gedanke, welcher im Titel des Werkes angedeutet ist, besteht in einer Anwendung der Paradoxien der Mengenlehre zur Widerlegung der streng physikalischen Weltauffassung, d. h. des mathematisch gefaßten Materialismus. Soweit sich Laskers mengentheoretische Argumentation gegen diese Ansicht wendet, wird man sie als bündig anerkennen müssen. Hingegen ist bei den weiteren Folgerungen, die Lasker an seinen Beweis knüpft (er geht bis zur vollständigen Leugnung des Determinismus), die Begründung verschiedentlich nicht zwingend.

Die Methodenfragen der Physik werden in dem Kapitel über das „Problem der Ursächlichkeit" behandelt. Hier vertritt Lasker den Standpunkt der strengen Kontinuums- und Nahewirkungstheorie. Dabei bemerkt er freilich nicht, daß die Newtonsche Theorie der Gravitation den Forderungen der Nahewirkungstheorie widerstreitet; die Beachtung dieses Umstandes hätte ihn wohl veranlaßt, sich weniger ablehnend gegen die Relativitätstheorie zu verhalten, zumal da seine Auffassung von physikalischem Zustand und von Kausalität mit der Relativitätstheorie durchaus vereinbar ist.

Laskers methodische Ausführungen über die Physik enthalten viele treffende Bemerkungen, allerdings auch einiges Anfechtbare. So wird bei der Erörterung des Kraftbegriffs die Newtonsche Kraft fälschlich als bestimmend für die Geschwindigkeit, anstatt für die Beschleunigung, erklärt und somit das wesentliche des Galileischen Trägheitsprinzips übersehen.

Von der Begründung, die Lasker für das Prinzip der Stetigkeit gibt, dürfte der Anhänger der Atomistik nicht überzeugt werden; sie beruht letzten Endes auf einer petitio principii. Überdies wird der Logiker inbetreff des mathematischen Kontinuums an Lasker die Frage richten, worauf er denn die Behauptung gründe, daß das Kontinuum als der „Begriff aller durch den Grenzbegriff zu erzeugenden Zahlen" eine „vollendbare" Menge ist. Dies bedürfte gerade bei Laskers Standpunkt eines genauen Nachweises, der freilich, wenn er in strenger Form gelänge, nichts Geringeres bedeuten würde als die Lösung des Hauptproblems in der logischen Grundlegung der mathematischen Analysis.

In den Abschnitten über die Methode und die Gesetze der Psychologie findet sich manches für den Physiker sehr Interessante, indem hier u. a. von der Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitstheorie gehandelt wird. —

Die Bedeutung des Laskerschen Werkes liegt vor allem in den großzügigen systematischen Gedanken, durch welche die philosophischen Grundprobleme der Physik, der Psychologie und der Ethik, neuartig beleuchtet werden, und in der Weltanschauung, die hier ihren gedanklichen Ausdruck findet.

Zugleich ist das Buch dadurch sehr wertvoll, daß es dem Leser, von dem keinerlei besondere philosophische oder fachwissenschaftliche Vorkenntnisse gefordert werden, eine reiche Auswahl an Gedanken früherer und zeitgenössischer Philosophen sowie an Begriffsbildungen und Theorien aus der Mathematik und Physik in schöner Darstellungsweise zur Kenntnis bringt. P. Bernays.

Tagesereignisse.

Technischer Literatur-Kalender 1919. Anfang 1920 soll im Verlage R. Oldenbourg, München und Berlin, die 2. Ausgabe des Technischen Literatur-Kalenders erscheinen. Sie soll im Anhang eine Übersicht enthalten, die die Namen der auf einem umgrenzten technischen Gebiete, und zwar nicht nur in Buchform, sondern auch durch Mitarbeit an Zeitschriften tätigen technischen Schriftsteller des deutschen Sprachgebietes gemäß ihren eigenen Angaben zusammenstellen soll. Die bereits in der ersten Ausgabe verzeichneten Autoren erhalten die Fragebogen zur Ergänzung unaufgefordert zugesandt. Fehlende technische Schriftsteller wollen sich im Interesse der Vollständigkeit des Werkes mit der Schriftleitung, Oberbibliothekar Dr. Otto, Berlin W 57, Bülowstr. 74, in Verbindung setzen.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Dr. K. G. Jonas für Chemie, an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Walter Georgii für Meteorologie, an der Technischen Hochschule Wien Dr. Kurt Stockert für Nahrungsmittelchemie.

Ernannt: Frau Marie Curie, Professor der Physik an der Sorbonne in Paris zum ord. Professor der Radio-

logie an der Universität Warschau, J. H. Robertson von der Universität Edinburgh zum Dozenten für Chemie an der Südafrikanischen Grubenschule in Johannesburg, Dr. G. G. Henderson zum Professor der Chemie an der Universität Glasgow an Stelle des verstorbenen Professors John Ferguson, der ord. Professor der Physik an der Deutschen Universität Prag Dr. Anton Lampa zum Sekretär für Volksbildung im deutsch-österreichischen Unterrichtsamt in Wien, der vor kurzem in den Ruhestand getretene Direktor des Physikalischen Staatslaboratoriums in Hamburg Dr. August Voller zum ord. Honorarprofessor der Physik an der Universität Hamburg, der Privatdozent an der Universität und Technischen Hochschule in Wien Dr. Johann Radon zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Hamburg, Dr. Otto Mohr zum Dozenten für Elektrotechnik, theoretische Elektrotechnik und Fernmeldetechnik am Friedrich-Polytechnikum Köthen, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen Dr. Erich Hecke in gleicher Eigenschaft an der Universität Hamburg, der Assistent der Remeis-Sternwarte in Bamberg Dr. Ernst Zinner zum Kustos der Kommission für die internationale Erdmessung in München, der a. o. Professor an der Universität Freiburg i. B. Dr. Wolfgang Gaede zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Technischen Hochschule Karlsruhe, die a. o. Professoren an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Anton Schwaiger und Dr. Joachim Teichmüller zu ord. Professoren der Elektrotechnik an derselben Hochschule, der Direktor der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen Geh. Hofrat Dr. August Bernthsen zum ord. Honorarprofessor in der naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät der Universität Heidelberg, der Privatdozent an der Universität Göttingen Professor Dr. Alfred Coehn zum a. o. Professor für Physikalische Chemie an derselben Universität, der ord. Professor der Chemie an der Universität von Wales in Aberystwyth Alexander Findlay in gleicher Eigenschaft an der Universität Aberdeen, A. G. Walden von der Universität Edinburgh zum ord. Professor der Chemie am Wilson College in Bombay, W. W. Stewart zum Professor für Chemie am Queens College in Belfast, der Privatdozent an der Universität Wien Dr. Eduard Haschek zum a. o. Professor der Physik an derselben Universität, der ord. Professor der Chemie an der Universität Rostock Dr. Paul Pfeiffer in gleicher Eigenschaft an die Technische Hochschule Karlsruhe, Dr. Paul Haas und Dr. F. W. Goodbody zu Dozenten für Fabrikchemie bzw. medizinische Chemie an der Universität London, F. W. Dootson zum Dozenten für Chemie und W. H. Miller zum Dozenten für organische Chemie an der Universität Cambridge, D. H. Bangham zum Dozenten für Chemie und Dr. J. K. Wood zum Dozenten für Physikalische Chemie an der Universität Manchester, Dr. Adolf Kaufmann zum a. o. Professor der speziellen organischen Chemie an der Universität Genf, Dr.-Ing. Jaroslav Milbauer zum ord. Professor der chemischen Technologie der anorganischen Stoffe und praktischen Photographie an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag, Dr. Samuel Smiles, Assistent Professor am University College in London, zum ord. Professor für organische Chemie am Armstrong-College in New Castle, der Privatdozent für organische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Hugo Simonis zum a. o. Honorarprofessor an derselben Hochschule.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Kiel Geh. Regierungsrat Dr. Leo Pochhammer.

Verliehen: Dem Privatdozent für Chemie an der Universität Freiburg i. B. Dr. Robert Schwarz der Titel a. o. Professor.

Gestorben: Der ord. Professor der organischen Chemie an der Universität Leiden Dr. Antoine Paul Nicolas Franchimont, der ord. Professor der Physikalischen Chemie an der Universität Athen Dr. Demetrius Tsakalatos, der frühere Professor der Chemie an der Universität Oxford Vernon Harcourt F. R. S., der frühere Observator an der Berliner Sternwarte Professor Dr. Viktor Knorre.

Angebote.

Assistent

für das phys.-elektrotechnische Institut der Universität Köln gesucht. Übliche Universitätsbedingungen. Schriftl. Meldungen an das Institut erbeten.

Gründlich in Theorie und Praxis ausgebildeter

Elektroingenieur

mit Spezialkenntnissen auf dem Gebiete der Hochspannungstechnik, sowie des Transformatorbaues, wird als **Hilfsarbeiter für wissenschaftliches Laboratorium gesucht.** Bevorzugt werden Herren, die als Assistenten in einem Laboratorium an einer Hochschule tätig gewesen sind. Meldungen mit Gehaltsansprüchen und Angaben über bisherige Tätigkeit unter **S. H. 550** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel), Leipzig, Königstr. 2 erbeten.

Gesuche.

Gesucht

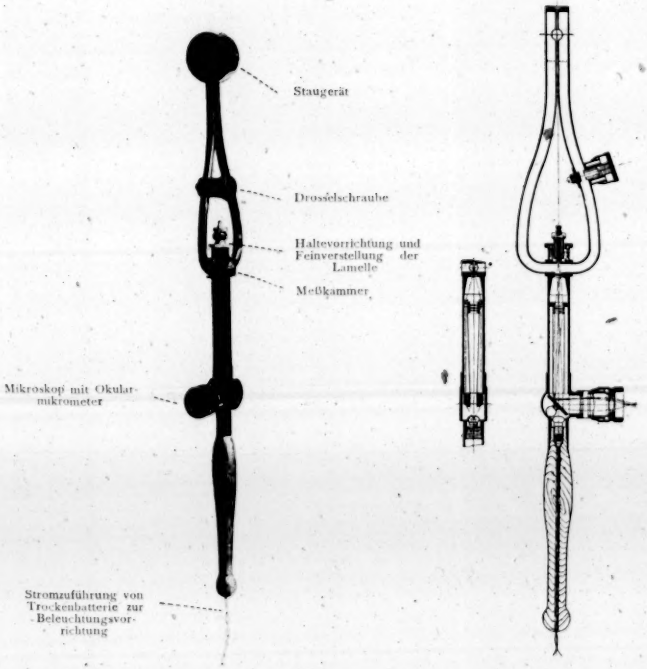
Hochschulassistent

zur Mitarbeit an der Neuauflage eines Physik. Praktikums. Angebote unter Ch. **M. 4394** an **Rudolf Mosse, Charlottenburg,** Kantstr. 34.

Physiker

Dr. phil., Oberlehrer, 35jährig, mit bedeutenden theoretischen Kenntnissen sucht möglichst **selbständige Industriestellung,** am liebsten in Kleinindustrie (evt. Beteiligung) oder in mathem.-naturwiss. Verlage. Angebote unter **S. H. 549** an den Verlag der Physikal. Zeitschr. (S. Hirzel) in Leipzig, Königstr. 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. P. Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.


Staugerät
Drosselschraube
Haltevorrichtung und Feinverstellung der Lamelle
Meßkammer
Mikroskop mit Okular-mikrometer
Stromzuführung von Trockenbatterie zur Beleuchtungsvor-richtung